

هندسه (۱)

«تفکر، تمرین، تسلط»

دهم متوسطه دوم

رشته ریاضی و فیزیک

تألیف: دپارتمان متوسطه دوم مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان

نظارت عالی: علی خزایی

عنوان و نام پدیدآور	: هندسه (۱) «تفکر، تمرین، تسلط» دهم متوسطه دوم رشته ریاضی و فیزیک
مشخصات نشر	: تهران: مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان، ۱۳۹۶.
مشخصات ظاهری	: ۹۱ ص:؛ ۲۲×۲۹ س.م.
شابک	: 978-600-7903-86-5
وضعیت فهرست نویسی	: فیپای مختصر
شناسه افزوده	: خزائی، علی، ۱۳۴۸ -
شناسه افزوده	: کانون ریاضیدانان زمان
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۸۸۰۲۹۲

نام کتاب:	هندسه (۱) تفکر، تمرین، تسلط دهم متوسطه دوم رشته ریاضی و فیزیک
تألیف:	دپارتمان متوسطه دوم مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان
شابک:	۹۷۸-۶۰۰-۷۹۰۳-۸۶-۵
	ISBN:978-600-7903-86-5
نوبت چاپ:	چاپ اول - ۱۳۹۶
تیراژ:	۱۰۰۰ جلد

تعداد صفحات: ۹۱ صفحه

قیمت: ۱۷۰۰۰ تومان



ناشر: مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان - تلفن مرکز پخش: ۷۵ ۵۵ ۹۵ ۸۸ (۰۲۱)

فروشگاه دائمی: تهران - میدان انقلاب - خیابان کارگر شمالی - نرسیده به بلوار کشاورز - پلاک ۱۵۴۷ - طبقه دوم - واحد ۳۳

حق چاپ برای کانون ریاضیدانان زمان محفوظ است.

کپی برداری و تکثیر هر قسمت از کتاب بدون اجازه کتبی از کانون ریاضیدانان زمان پیگرد قانونی دارد.

پیش‌گفتار

گسترده‌گی و تعمیق دانش ریاضی از سویی و کاربرد وسیع آن در سایر علوم به حدی است که این علم مادر همه علوم لقب گرفته است. وسعت کاربرد این دانش در علوم مختلف از جمله علوم مهندسی، علوم کشاورزی، علوم انسانی، علوم پزشکی، علوم کامپیوتر و ... بر اهمیت فراگیری آن از سوی دانش‌آموزان، دانش‌پژوهان و دانشجویان می‌افزاید. البته یادگیری ریاضیات را می‌توان به دو منظور خلاصه کرد. ضمن تحقق اهداف کاربردی آن و رفع نیازهای زندگی روزمره، باعث پرورش توانایی‌های ذهنی، تقویت قدرت تفکر منطقی، ایجاد و تقویت نظام فکری، افزایش قدرت طبقه‌بندی مفاهیم و آموخته‌های علمی و خلاصه تقویت قدرت برنامه‌ریزی در همه‌ی امور می‌گردد.

یکی از ابزارهای قدرتمند برای تفهیم مفاهیم ریاضیات، استفاده از منابع آموزشی کمک درسی با نگاهی جدید می‌باشد. کانون ریاضیدانان زمان به‌عنوان جامع‌ترین مرکز تخصصی آموزش، نشر و گسترش علم ریاضی، و با هدف ایجاد علاقه نسبت به درس ریاضی برای عموم و با ارائه‌ی روش‌های نوین آموزشی، اقدام به تألیف و چاپ ۸ عنوان کتاب کمک درسی در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی نموده است. عناوین و توضیحات این کتاب‌ها به شرح زیر است:

(۱) مجموعه کتاب‌های تابستانه: این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی مختصر ولی بسیار مفید و آموزنده به همراه نکات کلیدی، با رویکرد مروری بر گذشته و چشم‌اندازی به آینده (بخشی مربوط به مطالب سال‌های تحصیلی گذشته و بخشی نیز مربوط به سال تحصیلی آینده) است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در فصل تابستان مطالعه شوند.

(۲) مجموعه کتاب‌های مقدماتی: این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی در سطح مقدماتی براساس مطالب کتاب‌های درسی آموزش و پرورش، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی مطالعه شوند.

(۳) مجموعه کتاب‌های پیشرفته: این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی در سطح پیشرفته و گسترده در ادامه‌ی مطالب کتاب‌های مقدماتی، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی و کتاب مقدماتی مطالعه شوند.

(۴) مجموعه کتاب‌های جامع: این کتاب‌ها در مقطع متوسطه دوم (دبیرستان) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی از سطح مقدماتی تا سطح پیشرفته براساس مطالب کتاب‌های درسی آموزش و پرورش، ارائه‌ی مثال‌های متنوع از سطح مقدماتی تا سطح پیشرفته همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و سؤالات تشریحی و چهارگزینه‌ای بدون پاسخ در پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی مطالعه شوند.

۵) **مجموعه کتاب‌های تیزهوشان:** این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) جهت آمادگی دانش‌آموزان پایه‌ی ششم ابتدایی و پایه‌ی نهم متوسطه اول (راهنمایی) برای آزمون ورودی مدارس تیزهوشان، نمونه دولتی و برتر کشور در قالب درسنامه‌ی تستی همراه با نکات کلیدی و کاربردی در حل تست‌ها و سؤالات چهارگزینه‌ای با عنوان سنجش و ارزشیابی (۱) و (۲) به تألیف و چاپ رسیده‌اند. مطالعه‌ی این کتاب‌ها به دانش‌آموزان پایه‌های پنجم و ششم در مقطع ابتدایی و دانش‌آموزان پایه‌های هشتم و نهم در مقطع متوسطه اول (راهنمایی) پیشنهاد می‌گردد.

۶) **مجموعه کتاب‌های موضوعی:** این کتاب‌ها بیش‌تر جنبه‌ی تخصصی مباحث ریاضی مقطع متوسطه دوم (دبیرستان) را دارند و شامل درسنامه‌ی کامل، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، نکات مهم و کاربردی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل می‌باشند. این کتاب‌ها اطلاعات دانش‌آموزان را در مباحث مختلف ریاضی مقطع دبیرستان افزایش می‌دهند و باعث تقویت علمی آن‌ها در درس ریاضی و رفع ضعف‌های آن‌ها می‌شوند.

۷) **مجموعه کتاب‌های یکی من، یکی تو:** این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها به این صورت است که یک سؤال همراه با روش حل (یکی من) توسط مؤلف طراحی شده و به دنبال آن، یک سؤال بدون حل (یکی تو) به دانش‌آموز واگذار شده است. سؤالات «یکی من» و «یکی تو» تقریباً مشابه یک‌دیگر هستند و طراحی آن‌ها کاملاً هوشمندانه و هدفمند است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و به ویژه در ایام امتحانات مطالعه شوند.

۸) **مجموعه کتاب‌های «تفکر، تمرین، تسلط»:** این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها به این صورت است که هر فصل از کتاب شامل سه بخش تفکر، تمرین و تسلط می‌باشد. در بخش «تفکر» مفاهیم مورد نیاز فصل و همچنین انتظاراتی که از دانش‌آموز می‌رود، به صورت مختصر و مفید بیان شده است؛ در بخش «تمرین» نمونه سؤالات امتحانی متنوعی در دو سطح مقدماتی و پیشرفته (برای مقاطع ابتدایی و متوسطه اول) و در دو شکل تشریحی و چهارگزینه‌ای (برای مقطع متوسطه دوم) در اختیار دانش‌آموز قرار می‌گیرد و در بخش «تسلط» جهت سنجش و ارزشیابی دانش‌آموز، آزمون‌های آن فصل به عمل می‌آید. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها همراه با کتاب‌های مقدماتی و پیشرفته مطالعه شوند.

امید است معلمان و مدرسین گرامی و همچنین دانش‌آموزان، دانش‌پژوهان و دانشجویان عزیز، پس از مطالعه‌ی کتاب‌های کانون، نظرات و پیشنهادات خود را منعکس نموده و ما را در ادامه‌ی راه یاری نمایند.

کانون ریاضیدانان زمان

مرکز تخصصی آموزش، نشر و کتورش فرهنگ ریاضی

«به نام نامی آفریننده نظام هستی»

داناى فرزانه بى آنکه گام سپردمى داند؛ بى آنکه بگردمى میندوبى عمل سامان مى دهد.

خداوند بزرگ را سپاس مى گوئیم که توفیق دیگری ارزانی داشت تا بتوانیم خدمتی هرچند کوچک در راستای رشد و شکوفایی فرزندان عزیز ایران زمین بنماییم.

در ادامه ی تألیف کتاب های ممتاز کانون و به جهت تکمیل آنها، اکنون هشتمین عنوان از کتاب های کمک درسی با عنوان «تفکر، تمرین، تسلط» که در مقابل شما قرار دارد، نگارش شده است. نحوه ی تألیف و نگارش این کتاب به شرح زیر است:

* کتاب «تفکر، تمرین، تسلط» اولین بار با ابتکار و خلاقیت و سبکی نو و هدفدار توسط کانون ریاضیدانان زمان تألیف شده است.

* نحوه ی نگارش این کتاب به این صورت است که هر فصل از کتاب شامل سه بخش (۱) تفکر (۲) تمرین (۳) تسلط می باشد. در بخش «تفکر» مفاهیم مورد نیاز فصل و همچنین انتظاراتی که از دانش آموز می رود، به صورت مختصر و مفید بیان شده است. در بخش «تمرین» نمونه سؤالات امتحانی متنوع ریاضی در دو سطح مقدماتی و پیشرفته (برای مقاطع ابتدایی و متوسطه اول) و در دو شکل تشریحی و چهارگزینه ای (برای مقطع متوسطه دوم) در اختیار دانش آموز قرار گرفته است و در بخش «تسلط» جهت سنجش و ارزشیابی دانش آموز، آزمونی از آن فصل به عمل آمده است.

امید است که مطالعه ی این کتاب، بستری مناسب برای پیشرفت دانش آموزان عزیز در درس ریاضی باشد.

دپارتمان متوسطه دوم

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	فصل اول: «ترسیم‌های هندسی و استدلال»
۱	تفکر
۲	تمرین
۲	سؤالات تشریحی
۱۲	سؤالات چهارگزینه‌ای
۱۵	تسلط
۱۷	فصل دوم: «قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن»
۱۷	تفکر
۱۸	تمرین
۱۸	سؤالات تشریحی
۴۴	سؤالات چهارگزینه‌ای
۵۲	تسلط
۵۵	فصل سوم: «چندضلعی‌ها»
۵۵	تفکر
۵۶	تمرین
۵۶	سؤالات تشریحی
۶۷	سؤالات چهارگزینه‌ای
۷۲	تسلط
۷۵	فصل چهارم: «تجسم فضایی»
۷۵	تفکر
۷۶	تمرین
۷۶	سؤالات تشریحی
۸۷	سؤالات چهارگزینه‌ای
۹۰	تسلط

تفکر

انتظاراتی که در این فصل از دانش‌آموز می‌رود:

- ۱- از پرکار بتواند در حل برخی مسائل استفاده کند
- ۲- خواص نیم‌ساز یک زاویه را بداند و بتواند آن‌ها را اثبات کند
- ۳- روش رسم نیم‌ساز یک زاویه را بتواند توضیح دهد
- ۴- خواص عمودمنصف را بداند و بتواند آن‌ها را اثبات کند
- ۵- روش رسم عمودمنصف یک پاره‌خط را بتواند توضیح دهد
- ۶- روش رسم خط عمود بر یک خط را بتواند توضیح دهد
- ۷- روش رسم خطی موازی با یک خط دیگر را بتواند توضیح دهد
- ۸- روش رسم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای غیرواقع بر آن را بتواند توضیح دهد
- ۹- روش رسم خطی موازی با خط داده شده از یک نقطه‌ی غیرواقع بر آن را بتواند توضیح دهد
- ۱۰- روش رسم متوازی‌الاضلاع، مربع، مستطیل و لوزی را در حالت‌های مختلف بداند
- ۱۱- مفهوم استقرار را بداند و بتواند استدلال استقرایی را توضیح دهد
- ۱۲- مفهوم استنتاج را بداند و بتواند استدلال استنتاجی را توضیح دهد
- ۱۳- مجموع زاویه‌های داخلی مثلث را بتواند اثبات کند
- ۱۴- مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی محدب را بتواند اثبات کند
- ۱۵- بتواند هم‌مرسی عمودمنصف‌های ضلع‌های مثلث را اثبات کند
- ۱۶- بتواند هم‌مرسی ارتفاع‌های نظیر ضلع‌های مثلث را اثبات کند
- ۱۷- بتواند هم‌مرسی نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی مثلث را اثبات کند
- ۱۸- بتواند هم‌مرسی میانه‌های نظیر ضلع‌های مثلث را اثبات کند
- ۱۹- منصف بودن قطرهای متوازی‌الاضلاع را بتواند اثبات کند
- ۲۰- واژه‌هایی مانند گزاره، نقیض یک گزاره، برهان خلف، قضیه‌های دوشرطی و مثال نقض را بتواند تعریف کند

تمرین

سؤالات تشریحی

۱. جاهای خالی را کامل کنید.

الف) اگر نقطه‌ای به فاصله‌ی یکسان از دو ضلع زاویه باشد، آن نقطه قرار دارد.

ب) استدلالی که براساس نتیجه‌گیری منطقی بر پایه‌ی حقایقی که درستی آن‌ها را پذیرفته‌ایم باشد را می‌گویند.

۲. لوزی به طول ضلع ۴ سانتی‌متر و قطر ۵ سانتی‌متر رسم کنید. مراحل رسم را توضیح دهید.

۲

۳. ثابت کنید نیم‌سازهای زاویه‌های هر مثلث هم‌رسانند.

۴. نقیض هر یک از گزاره‌های زیر را بنویسید.

الف) هر لوزی یک مربع است.

ب) مستطیلی وجود دارد که مربع نیست.

ج) هیچ مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.

۵. با استدلال استنتاجی ثابت کنید که مجموع زاویه‌های داخلی هر n ضلعی محدب برابر است با $(n - 2) \times 180^\circ$.

۶. اصطلاحات زیر را تعریف کنید. (در صورت امکان همراه با شکل)

الف) مثال نقض

ب) استدلال استنتاجی

ج) عکس قضیه

د) برهان خلف

ه) استدلال استقرایی

۷. دو نقطه مانند A و B را به فاصله‌ی ۳ سانتی‌متر از هم در نظر بگیرید. نقاطی را بیابید که فاصله‌شان از A ، ۲ سانتی‌متر و از B ، $\frac{2}{5}$ سانتی‌متر باشد.

۸. ابتدا عکس هریک از قضیه‌های زیر را بنویسید، سپس در صورت امکان نقیض آن را نیز بنویسید.
الف) هر لوزی یک مربع است.

ب) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهایش عمودمنصف یکدیگراند.

۹. مستطیلی رسم کنید که طول قطرهای آن ۶ سانتی‌متر باشد.

۱۰. ثابت کنید هر نقطه روی نیم‌ساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

۱۱. جدول زیر را کامل کنید.

تعداد کل قطرهای	تعداد قطرهای گذرنده از یک رأس	مجموع زاویه‌های خارجی	مجموع زاویه‌های داخلی	n ضلعی محدب
				مثلث
				نُه‌ضلعی

۱۲. ثابت کنید عمود منصف‌های ضلع‌های یک مثلث هم‌مرس‌اند.

۱۳. به کمک مثال نقض، احکام کلی زیر را رد کنید.

الف) در هر مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده، بزرگ‌ترین ارتفاع مثلث است.

ب) در هر مثلث، نقطه‌ی هم‌رسی ارتفاع‌ها داخل مثلث است.

۱۴. ثابت کنید اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع مقابل به زاویه‌ی بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع مقابل به زاویه‌ی کوچک‌تر.

۱۵. روش رسم نیم‌ساز یک زاویه را توضیح دهید. (با رسم شکل)

۱۶. متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که طول ضلع‌های آن ۳ و ۵ سانتی‌متر و طول یکی از قطرهای آن ۶ سانتی‌متر باشد.

۱۷. ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه‌ی روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویه‌ی روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر.

۱۸. در مثلث ABC اگر D نقطه‌ی تلاقی نیم‌ساز زاویه‌ی داخلی B و نیم‌ساز زاویه‌ی خارجی C باشد، مقدار \hat{D} را برحسب زاویه‌ی A به‌دست آورید.

۱۹. روش رسم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای روی آن را با رسم شکل توضیح دهید.

۲۰. با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر در مثلث ABC ، $AB \neq AC$ ، آن گاه $\hat{B} \neq \hat{C}$.

۲۱. ثابت کنید مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° درجه است.

۲۲. اگر دو ضلع یک مثلث با هم برابر باشند، ثابت کنید ارتفاع‌های وارد بر آن دو ضلع نیز با هم برابر است.

۲۳. روش رسم عمود منصف پاره خط AB به طول 10° سانتی‌متر را به کمک خط‌کش و پرگار توضیح دهید.

۲۴. عکس هریک از قضیه‌های زیر را نوشته و در صورت صحیح بودن آن را به صورت دو شرطی بیان کنید.
(الف) هر لوزی یک متوازی‌الاضلاع است.

(ب) در مثلثی اگر سه ضلع برابر باشند، آن گاه سه زاویه نیز با هم برابرند.

۲۵. نقیض گزاره‌های زیر را بیان کنید.
(الف) مجموع زاویه‌های داخلی مثلث 180° درجه است.

(ب) از هر نقطه خارج یک خط فقط یک خط عمود بر آن می‌توان رسم کرد.

۲۶. خط l و دو نقطه‌ی A و B در طرفین آن موجود است. نقطه‌ای مانند M بر روی خط l بیابید که $MA + MB$ کم‌ترین مقدار ممکن را داشته باشد. روش خود را توضیح دهید.

۲۷. در مثلث ABC داریم: $\hat{A} = 126^\circ$. اگر عمود منصف‌های دو ضلع AB و AC یکدیگر را در نقطه‌ی O قطع کنند، آن‌گاه زاویه‌ی \hat{BOC} چند درجه خواهد بود؟

۲۸. رسم خطی موازی با یک خط داده شده از یک نقطه‌ی خارج آن را با رسم شکل و کلیه‌ی مراحل توضیح دهید.

۲۹. متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که طول ضلع‌های متوالی آن ۲ و ۳ سانتی‌متر و قطر آن ۴ سانتی‌متر باشد.

۷

۳۰. الف) نقیض گزاره‌ی زیر را بنویسید.

مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° است.

ب) عکس گزاره‌ی زیر را بنویسید.

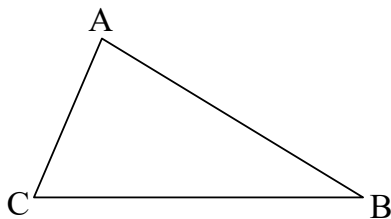
«در هر مثلث، زاویه‌ی روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، از زاویه‌ی روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر، بزرگ‌تر است.»

۳۱. درستی یا نادرستی عبارات‌های زیر را مشخص کنید.

الف) به مثالی که نشان دهد یک حکم کلی نادرست است، مثال نقض می‌گویند.

ب) از هر دو خط متقاطع بی‌شمار صفحه می‌گذرد.

۳۲. اگر $AB > AC$ ، ثابت کنید: $\hat{C} > \hat{B}$.



۳۳. برای رد کردن حکم زیر، یک مثال نقض بیاورید.
«هر چهارضلعی که چهار ضلع برابر داشته باشد، مربع است.»

۳۴. واژه‌های زیر را تعریف کنید.

الف) استدلال استنتاجی

ب) گزاره

۳۵. نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

الف) هر لوزی یک مربع است.

ب) مستطیلی وجود دارد که مربع نیست.

ج) هیچ مثلثی بیش از یک زاویه قائمه ندارد.

۳۶. یک لوزی رسم کنید که طول قطرهای آن ۳ و ۴ سانتی‌متر باشد.

۳۷. مستطیلی رسم کنید که طول قطرهای آن ۴ سانتی‌متر باشد. چند مستطیل با این شرایط قابل رسم است؟

۳۸. جملات زیر را با عبارتهای مناسب کامل کنید.

الف) اگر نقطه‌ای از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی قرار دارد.

ب) اگر در مثلثی اندازه‌ی دو زاویه برابر با ۴۹° و ۳۱° باشد، نقطه‌ی هم‌رسی ارتفاع‌ها مثلث است.

۳۹. روش رسم مربعی به قطر $AB = ۴$ را بیان کرده و با دقت رسم کنید.

۴۰. در مثلث ABC اگر نقطه‌ی M درون مثلث باشد، ثابت کنید:

الف) $\hat{B}AC < \hat{B}MC$

ب) $AB + AC > BM + MC$

۴۱. اگر در مثلث ABC داشته باشیم $\hat{B} < \hat{C}$ ، ثابت کنید $AC < AB$.

۴۲. متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که طول ضلع‌های آن ۵ و ۶ سانتی‌متر و طول قطر آن ۸ سانتی‌متر باشد. (مراحل رسم را توضیح دهید.)

۴۳. قضیه‌ی زیر را به صورت شرطی نوشته و فرض و حکم آن را تعیین کنید.
«در هر مثلث قائم‌الزاویه، مربع وتر با مجموع مربعات دو ضلع دیگر برابر است»

۴۴. گزاره‌ی زیر را رد یا اثبات کنید.

«محل تقاطع عمودمنصف‌ها در هر مثلث، داخل آن مثلث است.»

۴۵. ابتدا قضیه‌ی زیر را به صورت شرطی بنویسید، سپس عکس آن را بیان کنید. در صورتی که عکس آن درست باشد، به صورت قضیه‌ی دوشروطی بنویسید.

۴۶. برای رد حدس کلی زیر، مثال نقض ارائه دهید.

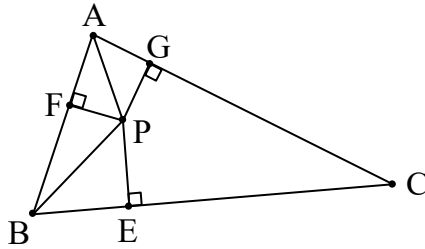
«اگر دو زاویه مکمل یکدیگر باشند، آن‌گاه هر دو زاویه قائمه هستند.»

۱۰

۴۷. با استفاده از برهان خلف ثابت کنید از یک نقطه خارج یک خط، نمی‌توان بیش از یک عمود رسم کرد.

۴۸. آیا حکم «هر دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، هم‌نهشت‌اند.» می‌تواند یک حکم کلی باشد؟ دلیل بیاورید.

۴۹. با کامل نمودن استدلال استنتاجی زیر:



بنویسید چه نتیجه‌ای گرفته می‌شود. مثلث دلخواه ABC را در نظر می‌گیریم. نیم‌سازهای دو زاویه A و B یکدیگر را در نقطه P قطع می‌کنند. از نقطه P ، مانند شکل سه عمود به ضلع‌های مثلث رسم می‌کنیم.

۱- نقطه P روی نیم‌ساز \hat{A} است. بنابراین =

۲- نقطه P روی نیم‌ساز \hat{B} است. بنابراین =

از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم: = بنابراین نقطه P روی

در نتیجه:

توجه: درسنامه‌ی جامع و کامل مربوط به این فصل در کتاب هندسه (۱) پایه دهم جامع (رشته ریاضی و فیزیک) بیان شده است.

سؤالات چهارگزینه‌ای

۱. کدام قضیه به صورت دو شرطی بیان نمی‌شود؟ (سراسری ریاضی)

(۱) در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع و میانه‌ی نظیر یک ضلع، بر هم منطبق هستند.

(۲) در مثلث قائم‌الزاویه، عمودمنصف ضلع‌ها، بر روی وتر هم‌رس‌اند.

(۳) در مثلث قائم‌الزاویه، میانه‌ی نظیر بزرگ‌ترین ضلع، نصف همان ضلع است.

(۴) در یک مثلث، ضلع مقابل به زاویه‌ی 90° ، بزرگ‌ترین ضلع است.

۲. در مثلث ABC، زاویه‌ی بین نیم‌ساز درونی زاویه‌ی A و نیم‌ساز درونی زاویه‌ی B، برابر با 11° است.

زاویه‌ی C کدام است؟ (آزاد ریاضی)

(۱) 7° (۲) 11° (۳) 4° (۴) 35°

۳. اگر اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی یک n ضلعی منتظم ۲ درجه کم‌تر از اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی یک

(n + ۲) ضلعی منتظم باشد، مقدار n کدام است؟ (سراسری ریاضی)

(۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۲

۴. هر سه زاویه‌ی مثلث ABC حاده هستند و H نقطه‌ی هم‌رسی سه ارتفاع مثلث است و $\hat{A}HC = 4\hat{B}$. اندازه‌ی

$\hat{A} + \hat{C}$ چند درجه است؟ (سراسری ریاضی)

(۱) 136° (۲) 14° (۳) 144° (۴) 146°

۵. اگر در مثلث ABC ($AB = AC$)، نیم‌ساز داخلی زاویه‌ی B، نیم‌ساز خارجی زاویه‌ی A را در نقطه‌ی D قطع

کرده باشد، اندازه‌ی AD کدام است؟ (سراسری ریاضی)

(۱) BC (۲) ۲BC (۳) AC (۴) ۲AC

۶. اگر مجموع زاویه‌های داخلی یک (n + k) ضلعی 144° بیش‌تر از مجموع زاویه‌های داخلی یک

(n - k) ضلعی باشد، مقدار k کدام است؟ (آزاد ریاضی)

(۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۱

۷. در مثلث دلخواه ABC ، زاویه‌ی حاده‌ی بین دو ارتفاع AH و BT چه قدر است؟ (سراسری ریاضی)

- (۱) $90^\circ - \frac{\hat{B}}{2}$ (۲) $90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$ (۳) \hat{C} (۴) $\frac{\hat{C}}{2}$

۸. کدام گزینه‌ی زیر، مثال نقض دارد؟ (سراسری ریاضی)

- (۱) هر مربع یک لوزی است. (۲) هر عدد اول و بزرگ‌تر از ۲ فرد است.
(۳) هر مثلث متساوی‌الاضلاع، متساوی‌الساقین است. (۴) توان دوم هر عدد طبیعی از توان سوم آن بزرگ‌تر است.

۹. اگر در مثلث ABC از نقطه‌ی D پای نیم‌ساز زاویه‌ی A ، دو خط به موازات دو ضلع دیگر رسم کنیم تا آن دو ضلع را در نقاط M و N قطع کنند، آن‌گاه پاره‌خط‌های AD و MN کدام ویژگی را دارا هستند؟

(سراسری ریاضی)

- (۱) مساوی هستند. (۲) منصف یکدیگر هستند.
(۳) بر هم عمود هستند. (۴) عمودمنصف یکدیگر هستند.

۱۰. در مثلث ABC داریم $\hat{B} - \hat{C} = 100^\circ$. زاویه‌ی حاده‌ای که نیم‌ساز درونی A با ضلع BC تشکیل می‌دهد، چند درجه است؟ (آزاد ریاضی)

- (۱) 35° (۲) 4° (۳) 45° (۴) 5°

۱۱. مرکز همه‌ی دایره‌هایی که از دو نقطه‌ی A و B می‌گذرند کدام است؟ (تألیفی)

- (۱) عمودمنصف AB (۲) دایره‌ای به قطر AB
(۳) دو خط موازی AB (۴) خطی موازی AB

۱۲. با کدام دسته از اعداد زیر نمی‌توان یک مثلث ساخت؟ (تألیفی)

- (۱) ۲ و ۳ و ۶ (۲) ۳ و ۴ و ۵ (۳) ۵ و ۵/۵ و ۶ (۴) ۷ و ۱۰ و ۱۱

۱۳. نقیض گزاره‌ی «هیچ مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد» کدام است؟ (تألیفی)

- (۱) مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه‌ی قائمه دارد.
(۲) هر مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.
(۳) مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه‌ی قائمه دارد.
(۴) هر مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه دارد.

۱۴. برای کدام حکم زیر، مثال نقض وجود دارد؟ (تألیفی)
- (۱) هر دو مثلث هم‌نهشت، هم‌مساحت هستند.
 - (۲) مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی محدب 360° درجه است.
 - (۳) عمودمنصف‌های هر مثلث هم‌رس‌اند.
 - (۴) به‌ازای هر عدد طبیعی n ، مقدار $n^2 + n + 41$ عددی اول است.

۱۵. کدام جمله‌ی زیر گزاره است؟ (تألیفی)
- (۱) چه هوای خوبی!
 - (۲) آیا فردا هوا بارانی است؟
 - (۳) مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° درجه است.
 - (۴) کتابت را مطالعه کن.

۱۶. کدام‌یک از قضایای زیر دوشرطی است؟ (تألیفی)
- (۱) اگر در مثلثی یک زاویه قائمه باشد، ضلع مقابل به آن بزرگ‌ترین ضلع است.
 - (۲) مستطیلی که قطرهایش با هم برابر باشند، مربع است.
 - (۳) اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، قطرهایش منصف یکدیگراند.
 - (۴) اگر سه ضلع از مثلثی با هم برابر باشند، زاویه‌های آن 60° درجه است.

توجه: درسنامه‌ی جامع و کامل مربوط به این فصل در کتاب هندسه (۱) پایه دهم جامع (رشته ریاضی و فیزیک) بیان شده است.

تسط

زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

۱. ابتدا عکس قضیه‌ی زیر را بنویسید، سپس آن را به صورت دوشرطی بنویسید.

«اگر مثلثی متساوی‌الساقین باشد، دو ارتفاع مساوی دارد.»

عکس:

دوشرطی:

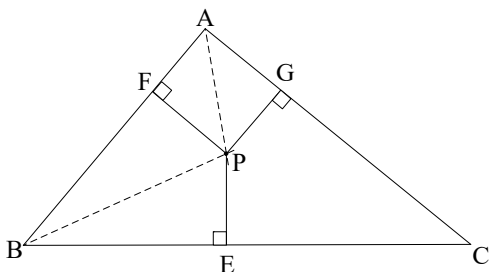
۲. به کمک خط‌کش و پرگار، موارد زیر را رسم کنید.

الف) رسم یک زاویه‌ی دلخواه و ترسیم نیم‌ساز آن به کمک رسم خط موازی یک خط از یک نقطه بیرون آن.

ب) متوازی‌الاضلاع‌ی که قطرهای آن ۴ سانتی‌متر است.

۱۵

۳. نیم‌ساز زاویه‌های A و B یکدیگر را در نقطه‌ی P قطع کرده‌اند. ثابت کنید P روی نیم‌ساز زاویه‌ی C است.



۴. به کمک برهان خلف ثابت کنید که تنها می‌توان یک خط عمود از نقطه‌ی A بر خط d رسم کرد.

$A \bullet$

d _____

۵. ثابت کنید در هر مثلث، سه ارتفاع هم‌رس‌اند.

۶. مفاهیم زیر را تعریف کنید.

الف) استدلال استقرایی

ب) برهان خلف

ج) قضیه‌ی دوشروطی

۷. نشان دهید هر نقطه که از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد.