



# ریاضی یکی من، یکی تو

## نهم متوسطه اول

تألیف: دپارتمان متوسطه اول مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان  
نظارت عالی: علی خزایی

سرشناسه : خزائی، علی، ۱۳۴۸ -  
عنوان و نام پدیدآور : ریاضی یکی من، یکی تو نهم متوسطه اول  
مشخصات نشر : تهران: مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان، ۱۳۹۶.  
مشخصات ظاهری : ۸۴ ص؛ ۲۲×۲۹ س.م.  
شابک : 978-600-7903-91-9  
وضعیت فهرست نویسی : فیپای مختصر  
شناسه افزوده : کانون ریاضیدانان زمان  
شماره کتابشناسی ملی : ۴۸۷۳۴۶۳

نام کتاب:	ریاضی یکی من، یکی تو نهم متوسطه اول
تألیف:	دپارتمان متوسطه اول مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان
شابک:	۹۷۸-۶۰۰-۷۹۰۳-۹۱-۹
	<b>ISBN:978-600-7903-91-9</b>
نوبت چاپ:	چاپ اول - ۱۳۹۶
تیراژ:	۱۰۰۰ جلد

تعداد صفحات کتاب: ۸۴ صفحه  
قیمت: ۱۶۰۰۰ تومان



ناشر: مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان - تلفن مرکز پخش: ۷۵ ۵۵ ۹۵ ۸۸ (۰۲۱)

فروشگاه دائمی: تهران - میدان انقلاب - خیابان کارگر شمالی - نرسیده به بلوار کشاورز - پلاک ۱۵۴۷ - طبقه دوم - واحد ۳۳

حق چاپ برای کانون ریاضیدانان زمان محفوظ است.

کپی برداری و تکثیر هر قسمت از کتاب بدون اجازه کتبی از کانون ریاضیدانان زمان پیگرد قانونی دارد.

## پیش‌گفتار

گسترده‌گی و تعمیق دانش ریاضی از سویی و کاربرد وسیع آن در سایر علوم به حدی است که این علم مادر همه علوم لقب گرفته است. وسعت کاربرد این دانش در علوم مختلف از جمله علوم مهندسی، علوم کشاورزی، علوم انسانی، علوم پزشکی، علوم کامپیوتر و ... بر اهمیت فراگیری آن از سوی دانش‌آموزان، دانش‌پژوهان و دانشجویان می‌افزاید. البته یادگیری ریاضیات را می‌توان به دو منظور خلاصه کرد. ضمن تحقق اهداف کاربردی آن و رفع نیازهای زندگی روزمره، باعث پرورش توانایی‌های ذهنی، تقویت قدرت تفکر منطقی، ایجاد و تقویت نظام فکری، افزایش قدرت طبقه‌بندی مفاهیم و آموخته‌های علمی و خلاصه تقویت قدرت برنامه‌ریزی در همه‌ی امور می‌گردد.

یکی از ابزارهای قدرتمند برای تفهیم مفاهیم ریاضیات، استفاده از منابع آموزشی کمک‌درسی با نگاهی جدید می‌باشد. کانون ریاضیدانان زمان به‌عنوان جامع‌ترین مرکز تخصصی آموزش، نشر و گسترش علم ریاضی، و با هدف ایجاد علاقه نسبت به درس ریاضی برای عموم و با ارائه‌ی روش‌های نوین آموزشی، اقدام به تألیف و چاپ ۸ عنوان کتاب کمک‌درسی در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی نموده است. عناوین و توضیحات این کتاب‌ها به شرح زیر است:

**(۱) مجموعه کتاب‌های تابستانه:** این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی مختصر ولی بسیار مفید و آموزنده به همراه نکات کلیدی، با رویکرد مروری بر گذشته و چشم‌اندازی به آینده (بخشی مربوط به مطالب سال‌های تحصیلی گذشته و بخشی نیز مربوط به سال تحصیلی آینده) است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در فصل تابستان مطالعه شوند.

**(۲) مجموعه کتاب‌های مقدماتی:** این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی در سطح مقدماتی براساس مطالب کتاب‌های درسی آموزش و پرورش، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی مطالعه شوند.

**(۳) مجموعه کتاب‌های پیشرفته:** این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی در سطح پیشرفته و گسترده در ادامه‌ی مطالب کتاب‌های مقدماتی، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی و کتاب مقدماتی مطالعه شوند.

**(۴) مجموعه کتاب‌های جامع:** این کتاب‌ها در مقطع متوسطه دوم (دبیرستان) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی از سطح مقدماتی تا سطح پیشرفته براساس مطالب کتاب‌های درسی آموزش و پرورش، ارائه‌ی مثال‌های متنوع از سطح مقدماتی تا سطح پیشرفته همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و سؤالات تشریحی و چهارگزینه‌ای بدون پاسخ در پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی مطالعه شوند.

۵) **مجموعه کتاب‌های تیزهوشان:** این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) جهت آمادگی دانش‌آموزان پایه‌ی ششم ابتدایی و پایه‌ی نهم متوسطه اول (راهنمایی) برای آزمون ورودی مدارس تیزهوشان، نمونه دولتی و برتر کشور در قالب درسنامه‌ی تستی همراه با نکات کلیدی و کاربردی در حل تست‌ها و سؤالات چهارگزینه‌ای با عنوان سنجش و ارزشیابی (۱) و (۲) به تألیف و چاپ رسیده‌اند. مطالعه‌ی این کتاب‌ها به دانش‌آموزان پایه‌های پنجم و ششم در مقطع ابتدایی و دانش‌آموزان پایه‌های هشتم و نهم در مقطع متوسطه اول (راهنمایی) پیشنهاد می‌گردد.

۶) **مجموعه کتاب‌های موضوعی:** این کتاب‌ها بیشتر جنبه‌ی تخصصی مباحث ریاضی مقطع متوسطه دوم (دبیرستان) را دارند و شامل درسنامه‌ی کامل، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، نکات مهم و کاربردی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل می‌باشند. این کتاب‌ها اطلاعات دانش‌آموزان را در مباحث مختلف ریاضی مقطع دبیرستان افزایش می‌دهند و باعث تقویت علمی آن‌ها در درس ریاضی و رفع ضعف‌های آن‌ها می‌شوند.

۷) **مجموعه کتاب‌های یکی من، یکی تو:** این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها به این صورت است که یک سؤال همراه با روش حل (یکی من) توسط مؤلف طراحی شده و به دنبال آن، یک سؤال بدون حل (یکی تو) به دانش‌آموز واگذار شده است. سؤالات «یکی من» و «یکی تو» تقریباً مشابه یک‌دیگر هستند و طراحی آن‌ها کاملاً هوشمندانه و هدفمند است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و به ویژه در ایام امتحانات مطالعه شوند.

۸) **مجموعه کتاب‌های «تفکر، تمرین، تسلط»:** این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها به این صورت است که هر فصل از کتاب شامل سه بخش تفکر، تمرین و تسلط می‌باشد. در بخش «تفکر» مفاهیم مورد نیاز فصل و همچنین انتظاراتی که از دانش‌آموز می‌رود، به صورت مختصر و مفید بیان شده است؛ در بخش «تمرین» نمونه سؤالات امتحانی متنوعی در دو سطح مقدماتی و پیشرفته (برای مقاطع ابتدایی و متوسطه اول) و در دو شکل تشریحی و چهارگزینه‌ای (برای مقطع متوسطه دوم) در اختیار دانش‌آموز قرار می‌گیرد و در بخش «تسلط» جهت سنجش و ارزشیابی دانش‌آموز، آزمونی از آن فصل به عمل می‌آید. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها همراه با کتاب‌های مقدماتی و پیشرفته مطالعه شوند.

امید است معلمین و مدرسین گرامی و همچنین دانش‌آموزان، دانش‌پژوهان و دانشجویان عزیز، پس از مطالعه‌ی کتاب‌های کانون، نظرات و پیشنهادات خود را منعکس نموده و ما را در ادامه‌ی راه یاری نمایند.

**کانون ریاضیدانان زمان**

**مرکز تخصصی آموزش، نشر و گسترش فرهنگ ریاضی**

«به نام نامی آفریننده نظام هستی»

آرامش چیست؟

مگاه به گذشته و شکر خدا

مگاه به آینده و اعتماد به خدا

مگاه به اطراف و تحسین خدا

مگاه به درون و دیدن خدا

خداوند بزرگ را سپاس می‌گوییم که توفیق دیگری ارزانی داشت تا بتوانیم خدمتی هر چند کوچک در راستای رشد و شکوفایی فرزندان عزیز ایران زمین بنماییم.

پس از تألیف کتاب‌های مقطع متوسطه اول (تابستانه، مقدماتی و پیشرفته) و در جهت تکمیل کتاب‌های کانون، کتابی با عنوان «یکی من، یکی تو» که در مقابل شما قرار دارد، نگارش شده است. نحوه‌ی تألیف و نگارش این کتاب به شرح زیر است:

\* کتاب «یکی من، یکی تو» اولین بار با ابتکار و خلاقیت و متدی نو و هدفدار توسط کانون ریاضیدانان زمان تألیف شده است.

\* نحوه‌ی نگارش این کتاب بدین صورت است که یک سؤال همراه با روش حل (یکی من) توسط مؤلف طراحی شده و به دنبال آن یک سؤال بدون حل (یکی تو) به دانش‌آموز واگذار شده است. سؤال‌های «یکی من» و «یکی تو» تقریباً مشابه یکدیگر هستند و طراحی آن‌ها کاملاً هوشمندانه و هدفمند است.

\* ترتیب و چیدمان سؤالات این کتاب، براساس کتاب درسی و کتاب‌های مقدماتی و پیشرفته است. سطح سؤالات این کتاب، در سطح سؤالات کتاب‌های مقدماتی و پیشرفته و همچنین در سطح سؤالات امتحانی مدارس مختلف کشور است.

\* در حل برخی از سؤالات «یکی من» عبارتهایی مانند (ر ک م ف ۲) و (ر ک پ ف ۲) وجود دارد که این عبارتها، مخفف حرف اول کلمات واقع در عبارتهای (رجوع شود کتاب مقدماتی فصل ۲) و (رجوع شود کتاب پیشرفته فصل ۲) می‌باشند. شایان ذکر است که این عبارتها تنها در حل سؤالاتی که دارای توضیحات و روش حل طولانی‌تر هستند، قرار داده شده‌اند تا دانش‌آموز جهت درک عمیق‌تر و کامل این سؤالات، به کتاب‌های مقدماتی و پیشرفته مراجعه نماید.

دپارتمان متوسطه اول

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	فصل اول: «مجموعه‌ها»
۱۳	فصل دوم: «عددهای حقیقی»
۲۳	فصل سوم: «استدلال و اثبات در هندسه»
۳۲	فصل چهارم: «توان و ریشه»
۴۲	فصل پنجم: «عبارت‌های جبری»
۵۳	فصل ششم: «خط و معادله‌های خطی»
۶۶	فصل هفتم: «عبارت‌های گویا»
۷۶	فصل هشتم: «حجم و مساحت»

## فصل اول

## مجموعه‌ها

۱ یکی من: تعداد عضوهای مجموعه‌های زیر را تعیین کنید.

$$\text{الف) } A = \left\{ -2, 3, 5, \frac{2}{5}, \frac{12}{4}, -\frac{6}{3}, 5/4 \right\}$$

$$\text{ب) } B = \left\{ 3/9, -7, \frac{18}{2}, -\frac{35}{5}, 9, 1/4, \{0\} \right\}$$

حل:

$$\text{الف) } 5 \frac{2}{5} = 5 \frac{4}{10} = 5/4, \quad \frac{12}{4} = 3, \quad -\frac{6}{3} = -2$$

$$A = \left\{ -2, 3, 5, \frac{2}{5} \right\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$\text{ب) } \frac{18}{2} = 9, \quad -\frac{35}{5} = -7$$

$$B = \left\{ 3/9, -7, 9, 1/4, \{0\} \right\} \Rightarrow n(B) = 5$$

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)

۱ یکی تو: هریک از مجموعه‌های زیر چند عضو دارند؟

$$\text{الف) } E = \left\{ -4/4, -3/7, -1 \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, -3 \frac{14}{20}, 0, -4 \frac{2}{5} \right\}$$

$$\text{ب) } F = \left\{ \frac{22}{7}, 23, -\frac{18}{3}, -29, -6, 3 \frac{1}{7}, -1 \right\}$$

حل:

۲ یکی من: کدام یک از عبارات‌های زیر، یک مجموعه را مشخص می‌کند؟

الف) عددهای طبیعی بزرگ‌تر از ۱۰۰۰۰۰۰

ب) عددهای اول دو رقمی

ج) انسان‌های قدبلند

د) ستارگان منظومه شمسی

حل: قسمت‌های (الف)، (ب) و (د) یک مجموعه را مشخص می‌کنند. زیرا این عبارات‌ها برای تمام افراد، شناخته شده و مشخص هستند. ولی قسمت (ج) یک مجموعه را مشخص نمی‌کند. زیرا دو فرد مختلف، نظرات متفاوتی (اجع به انسان‌های قدبلند دارند).

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)

۲) یکی تو: کدام یک از عبارتهای زیر، یک مجموعه را مشخص می‌کند؟ چرا؟

- الف) عددهای بسیار بزرگ
- ب) عددهای گویای بین  $\sqrt{2}$  و ۲
- ج) پزشکان یک بیمارستان
- د) انسان‌های باهوش
- ه) مروف سه نقطه‌ی الفبای فارسی

حل:

۳) یکی من: مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

- الف) مجموعه‌ی عددهای صحیح بین ۳- و ۴
- ب) مجموعه‌ی عددهای اول یک رقمی
- ج) مجموعه‌ی شمارنده‌های عدد ۳۶

حل:

الف)  $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

ب)  $\{2, 3, 5, 7\}$

ج)  $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

الف)

ب)

ج)

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)

۳) یکی تو: مجموعه‌های زیر را به دو صورت نمایش دهید. (با نوشتن اعضا و نمودار ون)

- الف) مجموعه‌ی عددهای فرد یک رقمی
- ب) مجموعه‌ی شمارنده‌های عدد ۴۹
- ج) مجموعه‌ی عددهای طبیعی کوچک‌تر از ۶

حل:

۴) یکی من: مجموعه‌های زیر را با نمادهای ریاضی مشخص کنید.

الف)  $A = \{-9, -8, -7, \dots\}$

ب)  $B = \{3, 6, 9, \dots\}$

ج)  $C = \{-14, -13, -12, -11\}$

د)  $D = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$

حل:

الف)  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -10\}$

ب)  $B = \{3k \mid k \in \mathbb{N}\}$

ج)  $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid -15 < x < 0\}$

د)  $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 9\}$

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)



۱۴) یکی توه: مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان مشخص کنید.

الف)  $A = \{3k - 2 \mid k \in \mathbb{N}\}$

ب)  $B = \{5k \mid k \in \mathbb{Z}\}$

ج)  $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid -7 \leq x < 1\}$

د)  $D = \left\{ \frac{k^p}{k+1} \mid k \in \mathbb{Z}, -3 \leq k \leq 3 \right\}$

ه)  $E = \{-3x + 1 \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$

و)  $F = \left\{ \frac{3x}{x+1} \mid x \in \mathbb{Z}, -1 < x < 4 \right\}$

حل:

۱۵) یکی من: کدام یک از مجموعه‌های زیر، مجموعه‌ی تهی را مشخص می‌کند؟

الف) مجموعه‌ی عددهای طبیعی کوچک‌تر از ۱

ب) مجموعه‌ی عددهای گویای بین ۲- و ۳-

ج) مجموعه‌ی سیاره‌های که در منظومه شمسی وجود دارند.

حل: قسمت الف) مجموعه‌ی تهی را نشان می‌دهد. زیرا هیچ عدد طبیعی کوچک‌تر از ۱ وجود ندارد و در نتیجه

مجموعه‌ی عددهای طبیعی کوچک‌تر از ۱، هیچ عضوی ندارد.

قسمت‌های ب) و ج) مجموعه‌ی تهی را نشان نمی‌دهند. زیرا دارای عضو می‌باشند.

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)

۱۶) یکی توه: کدام یک از مجموعه‌های زیر، مجموعه‌ی تهی را مشخص می‌کند؟ (با ذکر دلیل)

الف) مجموعه‌ی عددهای اول بین ۳۲ و ۳۸

ب) مجموعه‌ی مروف بی‌نقطه‌ی الفبای فارسی

ج) مجموعه‌ی عددهای صحیح بین ۱- و ۰

د) مجموعه‌ی عددهای کسری بزرگ‌تر از واحد

حل:

۱۷) یکی من: متناهی بودن یا نامتناهی بودن مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه‌ی عددهای اول

ب) مجموعه‌ی عددهای اعشاری بین ۰/۱ و ۰/۳

ج) مجموعه‌ی عددهای طبیعی ۱۰۰ (رقمی)

حل:

الف) از آنجا که بی‌شمار عدد اول وجود دارد، لذا مجموعه‌ی عددهای اول، یک مجموعه‌ی نامتناهی است.

ریاضی یکی من، یکی تو / نهم متوسطه اول

ب) از آنجا که بین هر دو عدد دلفواه بی‌شمار عدد اعشاری وجود دارد، لذا مجموعه‌ی عددهای اعشاری بین  $0/1$  و  $0/3$  نامتناهی است.

ج) از آنجا که تعداد عددهای  $100$  رقمی قابل شمارش هستند، لذا مجموعه‌ی عددهای طبیعی  $100$  رقمی، یک مجموعه‌ی متناهی است.

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)

۶) یکی تو: پایان‌پذیری یا پایان‌ناپذیری مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه‌ی پزشکان ایران

ب) مجموعه‌ی عددهای سه رقمی مضرب  $7$

ج) مجموعه‌ی ستارگان منظومه‌ی شمسی

د) مجموعه‌ی عددهای گویای بین  $-\frac{4}{5}$  و  $-\frac{2}{3}$

حل:

۷) یکی من: اگر دو مجموعه‌ی  $A = \{7, x, -y\}$  و  $B = \{5, 7, -2\}$  با هم مساوی باشند، مقدار  $xy$  را به دست

آورید. ( $x$  و  $y$  عددهای طبیعی هستند).

حل:

$$\left. \begin{array}{l} x = 5 \\ -y = -2 \Rightarrow y = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow xy = 5 \times 2 = 10$$

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)

۸) یکی تو: دو مجموعه‌ی  $A = \{a^p + b^p, c\}$  و  $B = \{3^4, a - b\}$  با هم مساوی‌اند ( $a$  و  $b$  عددهای اول متمایز

هستند). مقادیر  $a$  و  $b$  را بیابید.

حل:

۸) یکی من: مجموعه‌ی  $M = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$  را در نظر بگیرید.

الف) زیرمجموعه‌ای از  $M$  بنویسید که عضوهای آن مضرب  $3$  باشند و آن را  $A$  بنامید.

ب) زیرمجموعه‌ای از  $M$  بنویسید که عضوهای آن بر  $5$  بخش‌پذیر باشند و آن را  $B$  بنامید.

ج) زیرمجموعه‌ای از  $M$  بنویسید که عضوهای آن هم بر  $3$  و هم بر  $5$  بخش‌پذیر باشند و آن را  $C$  بنامید.

د) زیرمجموعه‌ای از  $M$  بنویسید که عضوهای آن مضرب  $15$  باشند و آن را  $D$  بنامید.

ه) درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

$$\begin{array}{llll} 15 \in A & A \subseteq M & D \subseteq C & C \not\subseteq D \\ \{15\} \not\subseteq D & C = D & 18 \notin B & B \subseteq A \end{array}$$

مل:

$$A = \{3, 4, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$$

الف)

$$B = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$$

ب)

$$C = \{15, 30\}$$

ج)

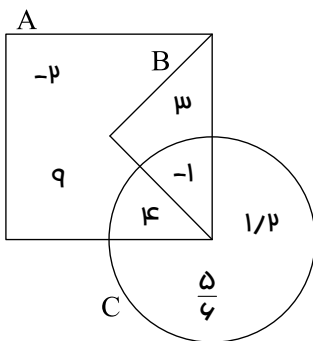
$$D = \{15, 30\}$$

د)

ه)

$$\begin{array}{llll} 15 \in A \quad \checkmark & A \subseteq M \quad \checkmark & D \subseteq C \quad \checkmark & C \not\subseteq D \quad \times \\ \{15\} \not\subseteq D \quad \times & C = D \quad \checkmark & 18 \notin B \quad \checkmark & B \subseteq A \quad \times \end{array}$$

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)



$$4 \square A$$

$$B \square A$$

$$\{1/2\} \square B$$

$$-1 \square C$$

مل:

۸) یکی توه: با توجه به شکل مقابل، به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) مجموعه‌های A، B و C را با عضوهایشان نمایش دهید.

ب) زیرمجموعه‌ای از A بنویسید که عضوهای آن مثبت باشند.

ج) زیرمجموعه‌ای از C بنویسید که عضوهای آن عدد صحیح باشند.

د) در داخل  یکی از نمادهای ( $\notin$ ,  $\subseteq$ ,  $\in$ ,  $\not\subseteq$ ) را قرار دهید.

۹) یکی من: مجموعه‌ی  $A = \left\{-1, 2, 5, \frac{8}{4}\right\}$  چند زیرمجموعه دارد؟ آن‌ها را بنویسید.

مل:

$$A = \left\{-1, 2, 5, \frac{8}{4}\right\} = \{-1, 2, 5\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌ها} = 2^3 = 8$$

$$\text{زیرمجموعه‌ها: } \{ \}, \{-1\}, \{2\}, \{5\}, \{-1, 2\}, \{-1, 5\}, \{2, 5\}, \{-1, 2, 5\}$$

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)

ریاضی یکی من، یکی تو / نهم متوسطه اول

۹) یکی تو: همهی زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی  $B = \{\emptyset, \{۳, ۸\}, \{۳, ۸, ۳\}\}$  را بنویسید.

حل:

۱۰) یکی من: یک مجموعه‌ی  $k+۴$  عضوی ۳۸۴ زیرمجموعه بیشتر از یک مجموعه‌ی  $k+۲$  عضوی دارد. مقدار  $k$  چه قدر است؟

حل:

$$\mu^{k+۴} = \mu^{k+۲} + ۳۸۴ \Rightarrow \mu^{k+۴} - \mu^{k+۲} = ۳۸۴ \Rightarrow \mu^k (\mu^۲ - \mu^۰) = ۳۸۴ \Rightarrow \mu^k \underbrace{(\mu^۲ - ۱)}_{۱۲} = ۳۸۴ \Rightarrow$$

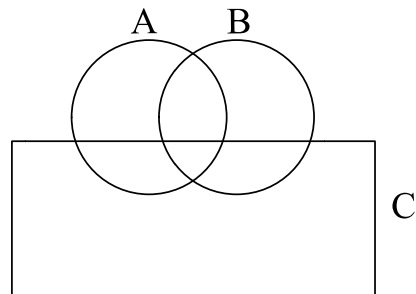
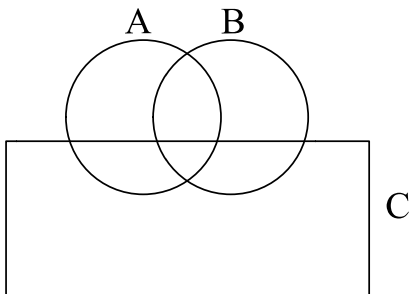
$$\mu^k = \frac{۳۸۴}{۱۲} \Rightarrow \mu^k = ۳۲ \Rightarrow \mu^k = \mu^۵ \Rightarrow k = ۵$$

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)

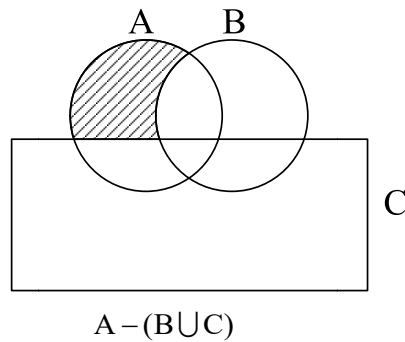
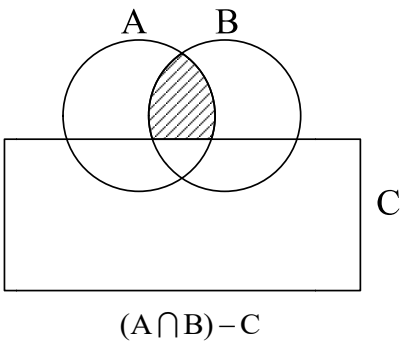
۱۱) یکی تو: اگر  $۲$  عضو به یک مجموعه‌ی  $n$  عضوی اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن  $۹۶$  واحد افزایش می‌یابد. مقدار  $n$  را بیابید.

حل:

۱۱) یکی من: در شکل زیر، مجموعه‌ی  $(A \cap B) - C$  و  $A - (B \cup C)$  را به‌طور جداگانه هاشور بزنید.

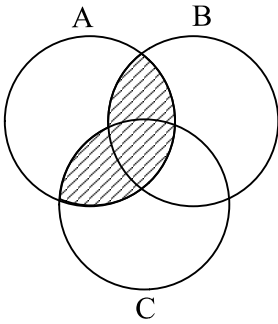


حل:



❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)

۱۱) یکی توه: در شکل زیر، قسمت هاشور خورده را با استفاده از نماد مجموعه‌ها نمایش دهید.



حل:

۱۲) یکی من: اگر  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $B = \{2, 3, 5\}$ ، آنگاه حاصل  $(A \cup B) - (A \cap B)$  را به دست آورید.

حل:

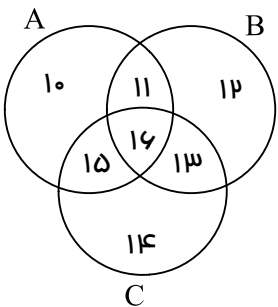
$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \cap B = \{2, 3\}$$

$$(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 4, 5\}$$

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)

۱۳) یکی توه: در شکل زیر، مجموعه‌ی  $(A - B) \cup (B \cap C)$  را با نوشتن اعضا مشخص کنید.



حل:

۱۳) یکی من: اگر  $A = \{x^p \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x \leq 2\}$  و  $B = \{x - 2 \mid x \in \mathbb{W}, x < 5\}$

الف) مجموعه‌های  $A$  و  $B$  را با عضوهایشان نمایش دهید.

ب) مجموعه‌های  $A \cap B$  و  $A - B$  را مشخص کنید.

حل:

الف)

$$A = \{(-2)^p, (-1)^p, 0^p, 1^p, 2^p\} = \{4, 1, 0, 1, 4\} = \{0, 1, 4\}$$

$$B = \{1 - 2, 2 - 2, 3 - 2, 4 - 2\} = \{-1, 0, 1, 2\}$$

(ب)

$$A \cap B = \{0, 1\}$$

$$A - B = \{14\}$$

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)

۱۳) یکی تو: اگر داشته باشیم  $A \cup B = \{-14/2, 2, x, \frac{3}{5}, 9\}$  و  $A \cap B = \{x \frac{3}{5}\}$ ، مجموعه‌های  $A$  و  $B$  را با

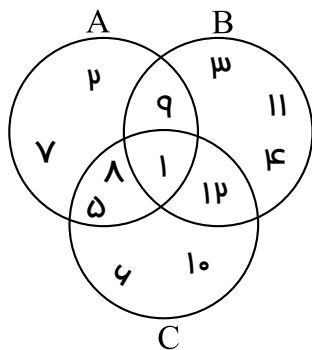
نمودار ون مشخص کنید.

ملء:

۱۴) یکی من: با توجه به نمودار مقابل، به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) مجموعه‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

ب) مجموعه‌ی  $(A - B) \cup (A \cap C)$  را با اعضا مشخص کنید.



ملء:

(الف)

$$A = \{1, 2, 5, 7, 8, 9\}$$

$$B = \{1, 3, 14, 9, 11, 12\}$$

$$C = \{1, 5, 6, 8, 10, 12\}$$

(ب)

$$A - B = \{2, 5, 7, 8\} \Rightarrow (A - B) \cup (A \cap C) = \{1, 2, 5, 7, 8\}$$

$$A \cap C = \{1, 5, 8\}$$

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)

۱۴) یکی تو: در یک کلاس ۳۲ نفری، ۱۸ نفر در فوق برنامه‌های ورزشی و ۲۳ نفر در فوق برنامه‌های علمی شرکت کرده‌اند. اگر ۲ نفر در هیچ‌یک از دو فوق برنامه‌ی ورزشی و علمی شرکت نکنند، با رسم نمودار ون تعیین کنید چند

نفر:

الف) در هر دو فوق برنامه شرکت می‌کنند؟

ب) فقط در یک فوق برنامه شرکت می‌کنند؟

ملء:

۱۵) یکی من: یک تاس و یک سکه را با هم می‌اندازیم. مطلوب است احتمال این‌که:

الف) تاس عدد زوج و سکه رو بیاید.

ب) تاس عدد زوج یا سکه رو بیاید.

حل:

$$S = \{ (1,ر), (2,ر), (3,ر), (4,ر), (5,ر), (6,ر), (1,پ), (2,پ), (3,پ), (4,پ), (5,پ), (6,پ) \}$$

الف)

$$A = \{ (2,ر), (4,ر), (6,ر) \}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

ب)

$$B = \{ (1,ر), (2,ر), (3,ر), (4,ر), (5,ر), (6,ر), (2,پ), (4,پ), (6,پ) \}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)

۱۵) یکی تو: دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال این‌که:

الف) مجموع عددهای رو شده برابر با ۹ باشد.

ب) حداقل یک عدد ۵ ظاهر شود.

ج) تاس اول، عدد زوج و تاس دوم، عدد اول ظاهر شود.

حل:

۱۶) یکی من: در یک کیسه ۳ مهره آبی، ۶ مهره قرمز، ۲ مهره سبز و یک مهره بنفش است. یک مهره به

تصادف از این کیسه خارج می‌کنیم. احتمال این‌که:

الف) مهره خارج شده یکی از این رنگ‌های آبی یا بنفش یا سبز باشد، چه قدر است؟

ب) مهره خارج شده رنگ سبز نباشد، چه قدر است؟

حل:

الف) تعداد کل مهره‌ها  $3 + 6 + 2 + 1 = 12$

$$P(\text{آبی یا بنفش یا سبز}) = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} + \frac{2}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

ب)  $P(\text{سبز نبودن}) = 1 - P(\text{سبز بودن}) = 1 - \frac{2}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)

۱۶) **یکی تو:** در جعبه‌ای ۵ مهره قرمز، ۴ مهره نارنجی و ۶ مهره سفید است. اگر یک مهره را به تصادف از این

جعبه خارج کنیم، چه قدر احتمال دارد که:

الف) این مهره قرمز باشد؟

ب) این مهره نارنجی یا قرمز باشد؟

ج) این مهره سفید نباشد؟

ملء:

۱۷) **یکی من:** سه سکه را با هم پرتاب می‌کنیم.

الف) مجموعه‌ی همه‌ی حالت‌های ممکن را بنویسید.

ب) احتمال این‌که حداکثر یک‌بار رو بیاید، چه قدر است؟

ج) احتمال این‌که حداقل دو بار پشت بیاید، چه قدر است؟

د) احتمال این‌که اصلاً پشت نیاید، چه قدر است؟

ملء:

الف)

$$S = \{ (,), (,), (,پ), (,پ), (پ,پ), (پ,پ), (پ,پ,پ), (پ,پ,پ), (پ,پ,پ), (پ,پ,پ), (پ,پ,پ), (پ,پ,پ) \}$$

ب)

$$A = \{ (,پ,پ), (پ,پ,پ), (پ,پ,پ), (پ,پ,پ) \}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$$

ج)

$$B = \{ (,پ,پ), (پ,پ,پ), (پ,پ,پ), (پ,پ,پ) \}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$$

د)

$$C = \{ (,), (,) \}$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{۱}{۸}$$

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)



۱۷) یکی تو: یک سکه را چهار بار پرتاب می‌کنیم.

الف) مجموعه‌ی همه‌ی حالت‌های ممکن را بنویسید.

ب) احتمال این‌که حداقل دو بار پشت بیاید، چه قدر است؟

ج) احتمال این‌که حداکثر سه بار رو بیاید، است؟

د) احتمال این‌که حداقل یک بار رو بیاید، چه قدر است؟

هـ):

۱۸) یکی من: دو مجموعه‌ی  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 4\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{W} \mid -5 < x < 5\}$  را در نظر بگیرید. اگر یکی از

عضوهای مجموعه را به تصادف انتخاب کنیم:

الف) احتمال این‌که عدد عضو مجموعه‌ی  $A - B$  باشد، چه قدر است؟

ب) احتمال این‌که عدد عضو مجموعه‌ی  $B - A$  باشد، چه قدر است؟

ج) آیا دو پیشامد (الف) و (ب) هم‌شانس هستند؟ چرا؟

هـ):

$$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$S = A \cup B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

(الف)

$$A - B = \{-2, -1\}$$

$$P(A - B) = \frac{n(A - B)}{n(S)} = \frac{2}{7}$$

(ب)

$$B - A = \{3, 4\}$$

$$P(B - A) = \frac{n(B - A)}{n(S)} = \frac{2}{7}$$

ج) بله. زیرا احتمال رخ دادن پیشامدهای (الف) و (ب) با هم برابر است.

❖ توضیح: (ر ک م ف ا) و (ر ک پ ف ا)

۱۸) یکی تو: روی ۲۰ کارت، هریک از عددهای طبیعی ۱ تا ۲۰ نوشته شده است و آن‌ها را داخل جعبه‌ای قرار

دادیم.

الف) مجموعه‌ی همه‌ی حالت‌های ممکن را بنویسید و آن را  $S$  بنامید.

ب) هریک از پیشامدهای زیر را تشکیل دهید.

A : پیشامد این‌که عدد روی کارت، فارغ شده زوج باشد.

B : پیشامد این‌که عدد روی کارت، فارغ شده فرد باشد.

C : پیشامد این‌که عدد روی کارت، فارغ شده مضرب ۳ باشد.

D : پیشامد این‌که عدد روی کارت، فارغ شده کوچک‌تر از ۱۱ باشد.

E : پیشامد این‌که عدد روی کارت، فارغ شده مرکب باشد.

ج) احتمال رخ دادن هریک از پیشامدهای قسمت (ب) را مناسبه کنید.

د) کدام‌یک از پیشامدها هم‌شانس هستند؟ چرا؟

مل: