



# ریاضی تیز هوشان متوسطه اول

هفتم، هشتم، نهم

تألیف: دپارتمان متوسطه اول مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان

نظارت عالی: علی خزایی

عنوان و نام پدیدآور : ریاضی تیزهوشان متوسطه اول هفتم، هشتم، نهم  
مشخصات نشر : تهران: مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان، ۱۳۹۵.  
مشخصات ظاهری : ۴۹۷ ص؛ ۲۹×۲۲ س.م.  
شابک : 978-600-7903-76-6  
وضعیت فهرست نویسی : فیپای مختصر  
شناسه افزوده : خزائی، علی، ۱۳۴۸ -  
شناسه افزوده : کانون ریاضیدانان زمان  
شماره کتابشناسی ملی : ۴۴۷۲۸۶۰

نام کتاب:	ریاضی تیزهوشان متوسطه اول هفتم، هشتم، نهم
تألیف:	دپارتمان متوسطه اول مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان
شابک:	۹۷۸-۶۰۰-۷۹۰۳-۷۶-۶
	<b>ISBN:978-600-7903-76-6</b>
نوبت چاپ:	چاپ اول - ۱۳۹۵
تیراژ:	۱۰۰۰ جلد

تعداد صفحات: ۴۹۷ صفحه  
قیمت: ۵۰۰۰۰ تومان



ناشر: مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان - تلفن مرکز پخش: ۷۵ ۵۵ ۹۵ ۸۸ (۰۲۱)  
فروشگاه دائمی: تهران - میدان انقلاب - خیابان کارگر شمالی - نرسیده به بلوار کشاورز - پلاک ۱۵۴۷ - طبقه دوم - واحد ۳۳

حق چاپ برای کانون ریاضیدانان زمان محفوظ است.  
کپی برداری و تکثیر هر قسمت از کتاب بدون اجازه کتبی از کانون ریاضیدانان زمان پیگرد قانونی دارد.

## پیش‌گفتار

گسترده‌گی و تعمیق دانش ریاضی از سویی و کاربرد وسیع آن در سایر علوم به حدی است که این علم مادر همه علوم لقب گرفته است. وسعت کاربرد این دانش در علوم مختلف من جمله علوم مهندسی، علوم کشاورزی، علوم انسانی، علوم پزشکی، علوم کامپیوتر و ... بر اهمیت فراگیری آن از سوی دانش‌آموزان، دانش‌پژوهان و دانشجویان می‌افزاید. البته یادگیری ریاضیات را می‌توان به دو منظور خلاصه کرد. ضمن تحقق اهداف کاربردی آن و رفع نیازهای زندگی روزمره، باعث پرورش توانایی‌های ذهنی، تقویت قدرت تفکر منطقی، ایجاد و تقویت نظام فکری و افزایش قدرت طبقه‌بندی مفاهیم و آموخته‌های علمی و خلاصه تقویت قدرت برنامه‌ریزی در همه امور می‌گردد.

یکی از ابزارهای قدرتمند برای تفهیم مفاهیم ریاضیات، استفاده از منابع آموزشی کمک درسی با نگاهی جدید می‌باشد. کانون ریاضیدانان زمان به عنوان جامع‌ترین مرکز تخصصی آموزش، نشر و گسترش علم ریاضی، و با هدف ایجاد علاقه نسبت به درس ریاضی برای عموم و با ارائه روش‌های نوین آموزشی، اقدام به تألیف و چاپ ۸ عنوان کتاب کمک درسی در کلیه مقاطع تحصیلی نموده است. عناوین و توضیحات این کتاب‌ها به شرح زیر است:

**(۱) مجموعه کتاب‌های تابستانه:** این کتاب‌ها در کلیه مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی مختصر ولی بسیار مفید و آموزنده به همراه نکات کلیدی، با رویکرد مروری بر گذشته و چشم‌اندازی به آینده (بخشی مربوط به مطالب سال‌های تحصیلی گذشته و بخشی نیز مربوط به سال تحصیلی آینده) است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در فصل تابستان مطالعه شوند.

**(۲) مجموعه کتاب‌های مقدماتی:** این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) تألیف شده‌اند. نحوه نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی در سطح مقدماتی براساس مطالب کتاب‌های درسی آموزش و پرورش، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی مطالعه شوند.

**(۳) مجموعه کتاب‌های پیشرفته:** این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) تألیف شده‌اند. نحوه نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی در سطح پیشرفته و گسترده در ادامه‌ی مطالب کتاب‌های مقدماتی، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی و کتاب مقدماتی مطالعه شوند.

**(۴) مجموعه کتاب‌های جامع:** این کتاب‌ها در مقطع متوسطه دوم (دبیرستان) تألیف شده‌اند. نحوه نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی از سطح مقدماتی تا سطح پیشرفته براساس مطالب کتاب‌های درسی آموزش و پرورش، ارائه‌ی مثال‌های متنوع از سطح مقدماتی تا سطح پیشرفته همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب، سؤالات تشریحی بدون پاسخ و سؤالات چهارگزینه‌ای همراه با پاسخ کلیدی و شگفتی‌های ریاضی در پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی مطالعه شوند.

۵) مجموعه کتاب‌های تیزهوشان: این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) جهت آمادگی دانش‌آموزان پایه‌ی ششم ابتدایی و پایه‌ی نهم متوسطه اول (راهنمایی) برای آزمون ورودی مدارس تیزهوشان، نمونه دولتی و برتر کشور در قالب درسنامه‌ی تستی همراه با نکات کلیدی و کاربردی در حل تست‌ها و سؤالات چهارگزینه‌ای با عنوان سنجش و ارزشیابی (۱) و (۲) به تألیف و چاپ رسیده‌اند. مطالعه‌ی این کتاب‌ها به دانش‌آموزان پایه‌های پنجم و ششم در مقطع ابتدایی و دانش‌آموزان پایه‌های هشتم و نهم در مقطع متوسطه اول (راهنمایی) پیشنهاد می‌گردد.

۶) مجموعه کتاب‌های موضوعی: این کتاب‌ها بیش‌تر جنبه‌ی تخصصی مباحث ریاضی مقطع متوسطه دوم (دبیرستان) را دارند و شامل درسنامه‌ی کامل، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، نکات مهم و کاربردی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل می‌باشند. این کتاب‌ها اطلاعات دانش‌آموزان را در مباحث مختلف ریاضی مقطع دبیرستان افزایش می‌دهند و باعث تقویت علمی آن‌ها در درس ریاضی و رفع ضعف‌های آن‌ها می‌شوند.

۷) مجموعه کتاب‌های یکی من، یکی تو: این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها به این صورت است که یک سؤال همراه با روش حل (یکی من) توسط مؤلف طراحی شده و به دنبال آن، یک سؤال بدون حل (یکی تو) به دانش‌آموز واگذار شده است. سؤال‌های «یکی من» و «یکی تو» تقریباً مشابه یک‌دیگر هستند و طراحی آن‌ها کاملاً هوشمندانه و هدفمند است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و به ویژه در ایام امتحانات مطالعه شوند.

۸) مجموعه کتاب‌های «تفکر، تمرین، تسلط»: این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها به این صورت است که هر فصل از کتاب شامل سه بخش تفکر، تمرین و تسلط می‌باشد. در بخش «تفکر» مفاهیم مورد نیاز فصل و همچنین انتظاراتی که از دانش‌آموز می‌رود، به صورت مختصر و مفید بیان شده است؛ در بخش «تمرین» نمونه سؤالات امتحانی متنوعی در دو سطح مقدماتی و پیشرفته در اختیار دانش‌آموز قرار می‌گیرد و در بخش «تسلط» جهت سنجش و ارزشیابی دانش‌آموز، آزمون‌هایی از آن فصل به عمل می‌آید. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها همراه با کتاب‌های مقدماتی و پیشرفته مطالعه شوند.

امید است معلمان و مدرسین گرامی و همچنین دانش‌آموزان، دانش‌پژوهان و دانشجویان عزیز، پس از مطالعه‌ی کتاب‌های کانون، نظرات و پیشنهادات خود را منعکس نموده و ما را در ادامه‌ی راه یاری نمایند.

## کانون ریاضیدانان زمان

مرکز تخصصی آموزش، نشر و گسترش فرهنگ ریاضی

«به نام نامی آفریننده نظام هستی»

سخنی از مورس کلاین:

\* ریاضیات عالی‌ترین دستاورد اندیشه و اصیل‌ترین زاده‌ی ذهن آدمی است. موسیقی روح را آرامش می‌دهد، نقاشی چشم را می‌نوازد، شعر موجب برانگیختن حافظه می‌شود، فلسفه ذهن را قانع می‌کند و مهندسی زندگی را بهبود می‌بخشد. ولی ریاضیات دارای مجموعه‌ی این ارزش‌هاست. \*

شکر و سپاس یزدان پاک را که در پناه مساعدت‌ها و نعمت‌های بی‌دریغش، این امکان مجدداً دست داد تا پس از تألیف کتاب‌های ممتاز کانون، کتاب تیزهوشان متوسطه اول را به دانش‌آموزان عزیز و دبیران گرامی تقدیم نماییم. دسترسی به یک منبع جامع و کامل برای هر دانش‌آموز جهت ورود به مدارس تیزهوشان، انرژی اتمی، نمونه دولتی و مدارس برتر، می‌تواند بسیاری از نیازهای علمی و آموزشی او را برآورده سازد. از این رو سعی بر آن شده است تا تمامی مطالب آموزشی و مورد استفاده‌ی دانش‌آموزان در زمینه‌ی ریاضیات مقطع متوسطه اول (پایه‌های هفتم، هشتم و نهم) به صورت جامع و کامل (جهت ورود به مقطع متوسطه دوم) تدوین و ارائه شود. این کتاب، مجموعه‌ای از پرسش‌های چهارگزینه‌ای تیزهوشان، انرژی اتمی، المپیادهای ریاضی تهران و شهرستان‌ها، مسابقات علمی، مدارس نمونه دولتی و برتر کشور می‌باشد که متناسب با سرفصل‌های ریاضیات مقطع متوسطه اول تفکیک شده‌اند. همچنین سعی شده است این کتاب برای عامه‌ی دانش‌آموزان پایه‌های هفتم، هشتم و نهم مفید واقع شود. اما دانش‌آموزان مستعد و علاقه‌مند به شرکت در آزمون‌های مدارس ذکر شده، بهره‌ی بیشتری خواهند برد و با مطالعه‌ی این کتاب، بستر مناسب فکری جهت حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای متنوع ریاضی خواهند یافت. این کتاب، شامل مطالب و مفاهیم بنیادین ریاضی مقطع متوسطه اول است که در ۲۱ فصل و در دو بخش (۱) حساب و جبر، (۲) هندسه به شرح زیر گردآوری شده است:

- \* درسنامه‌ی بسیار مفید و کاربردی در قالب پرسش‌های چهارگزینه‌ای همراه با پاسخ تشریحی
- \* ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی جهت تسریع در حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای
- \* آزمون‌های طبقه‌بندی شده کلاسی با عنوان سنجش و ارزشیابی (۱)
- \* آزمون‌های طبقه‌بندی شده منزل با عنوان سنجش و ارزشیابی (۲)
- \* پاسخنامه کلیدی سنجش و ارزشیابی (۱) و (۲) فصل‌ها

**دپارتمان متوسطه اول**

## «راهنمای استفاده از کتاب جهت مدرسین»

### مدرسین گرامی:

کتابی که در دستان گرانقدر شما قرار دارد، با شیوه‌ی نوین آموزشی جهت استفاده‌ی هرچه مناسب‌تر و در عین حال آسان‌تر مطالب ریاضی به روش چهارگزینه‌ای همراه با نکات کلیدی و مهم جهت آزمون‌های ورودی مدارس تیزهوشان، انرژی اتمی، نمونه‌دولتی و مدارس برتر برای ورود به مقطع متوسطه دوم تهیه و تدوین شده است. پس از مطالعه‌ی مطالب درج شده در مقدمه، لازم است موارد زیر را جهت استفاده‌ی مناسب‌تر کتاب برای تدریس در نظر داشته باشید:

(۱) مدرسین گرامی لازم است درسنامه‌ی هر فصل را که به همراه نکات کلیدی و مهم می‌باشد، به‌صورت دقیق و کاملاً مفهومی ولی به شیوه‌ی تستی به دانش‌آموزان آموزش دهند.

(۲) در پایان هر فصل یک آزمون با نام سنجش و ارزشیابی (۱) در نظر گرفته شده است که شامل ۲۰ سؤال چهارگزینه‌ای می‌باشد و مدرسین می‌بایست پس از تدریس کامل فصل مربوطه، این آزمون را در مدت ۴۰ دقیقه در جلسه‌ی بعدی و در کلاس برگزار نمایند. لازم به توضیح است که پاسخنامه کلیدی این آزمون‌ها در پایان کتاب قرار داده شده است.

(۳) در پایان هر فصل یک آزمون با نام سنجش و ارزشیابی (۲) در نظر گرفته شده است که شامل ۳۰ سؤال چهارگزینه‌ای است و مدرسین می‌بایست جهت تکلیف در منزل دانش‌آموزان از این آزمون‌ها استفاده نمایند تا محک مناسبی برای دانش‌آموزان و ارزیابی نحوه‌ی تست‌زنی و فراگیری مطالب آموخته‌ی آن‌ها در کلاس باشد. لازم به توضیح است که زمان پاسخ‌گویی به این آزمون‌ها ۶۰ دقیقه می‌باشد و پاسخنامه کلیدی آن‌ها در پایان کتاب قرار داده شده است.

\* شایان ذکر است که هریک از آزمون‌های سنجش و ارزشیابی (۱) و سنجش و ارزشیابی (۲) دارای نمره‌ی منفی می‌باشند و مدرسین لازم است این اطلاع‌رسانی را به دانش‌آموزان خود ارائه دهند. نمره‌ی هریک از آزمون‌ها با در نظر گرفتن نمره‌ی منفی به روش زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{نمره (برحسب درصد)} = \frac{\text{تعداد پاسخ نادرست} - \text{تعداد پاسخ درست} \times 3}{\text{تعداد کل سؤالات} \times 3} \times 100$$

به‌عنوان مثال:

$$\left\{ \begin{array}{l} 30 = \text{تعداد کل سؤالات} \\ 24 = \text{تعداد پاسخ درست} \\ 3 = \text{تعداد پاسخ نادرست} \end{array} \right. \Rightarrow \text{نمره} = \frac{3 \times 24 - 3}{3 \times 30} \times 100 = \frac{69}{90} \times 100 = 76/6\%$$

در پایان آرزوی سعادت، سربلندی و افتخار روزافزون را برای تمامی مدرسین و همکاران گرامی از خداوند مَنان خواستاریم.

## «راهنمای استفاده از کتاب جهت دانش آموزان»

دوستان عزیز:

\* برای رسیدن به هر هدف و پیشرفتی در زندگی، هر جمله‌ی منفی که ممکن است به ذهنتان خطور کند را از خود دور سازید. باید مثبت اندیش باشید و به خود و توانایی‌ها و استعدادهای خود اعتماد و ایمان راسخ داشته باشید و مطمئن باشید آنچه را که بدان می‌اندیشید و برایتان هدف و مسیر والایی است، با توکل بر خدا و تلاش و کوشش مناسب همراه با برنامه‌ریزی دقیق و منسجم به دست خواهید آورد. \*

در آزمون‌های مدارس تیزهوشان، نمونه دولتی و مدارس برتر کشور، به جز درس ریاضی، درس دیگری نیز هستند که هر کدام دارای ضرایب مخصوص به خود می‌باشند. ولی از آنجاکه درس ریاضی دارای ضریب بالاتری است، لذا پاسخ‌گویی به سؤالات این درس و کسب درصد بالا از آن، نمره و رتبه‌ی شما را به طرز قابل توجهی بالا می‌برد. از طرفی لازم به ذکر است که درس عمومی را می‌بایست در مدت زمان کم (برای هر سؤال حداکثر ۵ الی ۱۰ ثانیه) پاسخ دهید. چنانچه پاسخ سؤالی را نمی‌دانید، به آن سؤال پاسخ ندهید. زیرا هریک از این آزمون‌ها دارای نمره‌ی منفی می‌باشند و این باعث می‌شود نمره و رتبه‌ی شما کاهش یابد. بنابراین طبق برنامه‌ریزی دقیق زمانی، ابتدا به سؤالات درس عمومی و سپس به سؤالات درس اختصاصی (علوم، ریاضی و هوش) پاسخ دهید.

کتابی که در مقابل شما قرار دارد، کتاب ریاضی تیزهوشان مقطع متوسطه اول می‌باشد. برای استفاده‌ی بهتر این کتاب لازم است ابتدا مقدمه‌ی کتاب را مطالعه کرده تا آگاهی نسبی از نحوه‌ی چگونگی تألیف این کتاب و مطالب داخل آن کسب نمایید؛ سپس موارد زیر مطالعه نمایید:

(۱) در ابتدای هر فصل این کتاب، درسنامه‌ی بسیار مفید و کاربردی قرار دارد که پس از یادگیری آن‌ها در کلاس درس، بهتر است خود نیز آن‌ها را در منزل مطالعه کرده تا به صورت دقیق‌تر و کامل‌تر آن‌ها را فرا بگیرید.

(۲) در پایان هر فصل، آزمون‌های سنجش و ارزشیابی (۱) و (۲) قرار دارد. سنجش و ارزشیابی (۱) که شامل ۲۰ سؤال چهارگزینه‌ای است، در کلاس توسط مدرس گرانقدر شما در مدت ۴۰ دقیقه (برای هر سؤال ۲ دقیقه) برگزار خواهد شد. سنجش و ارزشیابی (۲) نیز شامل ۳۰ سؤال چهارگزینه‌ای است و به عنوان تکلیف در منزل می‌بایست آن را حل کنید تا به حل تست‌ها و سؤالات چهارگزینه‌ای مختلف مسلط‌تر شوید. لازم به توضیح است که مدت پاسخ‌گویی سنجش و ارزشیابی (۲) هر فصل ۶۰ دقیقه (برای هر سؤال ۲ دقیقه) می‌باشد.

(۳) دانش‌آموزان عزیز! نمره‌ی خود را با در نظر گرفتن نمره‌ی منفی در هریک از سنجش و ارزشیابی (۱) و (۲) فصل‌ها و دیگر آزمون‌ها می‌توانید به روش ذکر شده در راهنمای استفاده از کتاب جهت مدرسین محاسبه نمایید.

در پایان برای شما دانش‌آموزان عزیز و گرانقدر، آرزوی موفقیت‌ها و پیروزی‌های روزافزون را از خداوند مَنان خواستاریم.

## فهرست مطالب

صفحه

عنوان

### بخش اول: حساب و جبر

فصل اول: «توان» ..... ۳

درسنامه ..... ۴

سنجش و ارزشیابی (۱) ..... ۲۲

سنجش و ارزشیابی (۲) ..... ۲۴

فصل دوم: «جذر و ریشه‌گیری» ..... ۲۹

درسنامه ..... ۳۰

سنجش و ارزشیابی (۱) ..... ۴۶

سنجش و ارزشیابی (۲) ..... ۴۸

فصل سوم: «شمارنده‌ها و اعداد اول» ..... ۵۳

درسنامه ..... ۵۴

سنجش و ارزشیابی (۱) ..... ۷۶

سنجش و ارزشیابی (۲) ..... ۷۹

فصل چهارم: «عددهای صحیح» ..... ۸۳

درسنامه ..... ۸۴

سنجش و ارزشیابی (۱) ..... ۹۳

سنجش و ارزشیابی (۲) ..... ۹۵

فصل پنجم: «عددهای گویا» ..... ۹۹

درسنامه ..... ۱۰۰

سنجش و ارزشیابی (۱) ..... ۱۰۸

سنجش و ارزشیابی (۲) ..... ۱۱۱

فصل ششم: «عددهای حقیقی» ..... ۱۱۵

درسنامه ..... ۱۱۶

سنجش و ارزشیابی (۱) ..... ۱۲۱

سنجش و ارزشیابی (۲) ..... ۱۲۴



۱۲۹	.....	فصل هفتم: «عبارت‌های جبری و گویا»
۱۳۰	.....	درسنامه
۱۴۷	.....	سنجش و ارزشیابی (۱)
۱۵۰	.....	سنجش و ارزشیابی (۲)
۱۵۵	.....	فصل هشتم: «معادله و نامعادله»
۱۵۶	.....	درسنامه
۱۷۶	.....	سنجش و ارزشیابی (۱)
۱۷۹	.....	سنجش و ارزشیابی (۲)
۱۸۳	.....	فصل نهم: «مجموعه‌ها»
۱۸۴	.....	درسنامه
۲۰۲	.....	سنجش و ارزشیابی (۱)
۲۰۵	.....	سنجش و ارزشیابی (۲)
۲۰۹	.....	فصل دهم: «بردار و مختصات»
۲۱۰	.....	درسنامه
۲۲۹	.....	سنجش و ارزشیابی (۱)
۲۳۲	.....	سنجش و ارزشیابی (۲)
۲۳۷	.....	فصل یازدهم: «خط و معادله‌های خطی»
۲۳۸	.....	درسنامه
۲۵۵	.....	سنجش و ارزشیابی (۱)
۲۵۸	.....	سنجش و ارزشیابی (۲)
۲۶۳	.....	فصل دوازدهم: «دستگاه معادله‌های خطی»
۲۶۴	.....	درسنامه
۲۷۱	.....	سنجش و ارزشیابی (۱)
۲۷۴	.....	سنجش و ارزشیابی (۲)
۲۷۹	.....	فصل سیزدهم: «آمار و احتمال»
۲۸۰	.....	درسنامه
۲۹۰	.....	سنجش و ارزشیابی (۱)
۲۹۳	.....	سنجش و ارزشیابی (۲)

## بخش دوم: هندسه

۲۹۹	..... فصل چهاردهم: «زاویه و توازی»
۳۰۰	..... درسنامه
۳۱۱	..... سنجش و ارزشیابی (۱)
۳۱۴	..... سنجش و ارزشیابی (۲)
۳۲۱	..... فصل پانزدهم: «چندضلعی‌ها»
۳۲۲	..... درسنامه
۳۳۰	..... سنجش و ارزشیابی (۱)
۳۳۳	..... سنجش و ارزشیابی (۲)
۳۳۹	..... فصل شانزدهم: «مثلث و هم‌نهشتی مثلث‌ها»
۳۴۰	..... درسنامه
۳۵۱	..... سنجش و ارزشیابی (۱)
۳۵۵	..... سنجش و ارزشیابی (۲)
۳۶۱	..... فصل هفدهم: «دایره»
۳۶۲	..... درسنامه
۳۹۱	..... سنجش و ارزشیابی (۱)
۳۹۵	..... سنجش و ارزشیابی (۲)
۴۰۱	..... فصل هجدهم: «فیثاغورس»
۴۰۲	..... درسنامه
۴۱۸	..... سنجش و ارزشیابی (۱)
۴۲۱	..... سنجش و ارزشیابی (۲)
۴۲۷	..... فصل نوزدهم: «سطح و حجم»
۴۲۸	..... درسنامه
۴۴۶	..... سنجش و ارزشیابی (۱)
۴۵۰	..... سنجش و ارزشیابی (۲)
۴۵۵	..... فصل بیستم: «تشابه»
۴۵۶	..... درسنامه
۴۶۳	..... سنجش و ارزشیابی (۱)
۴۶۷	..... سنجش و ارزشیابی (۲)

۴۷۵	.....	فصل بیست و یکم: «هوش و خلاقیت ریاضی»
۴۷۶	.....	درسنامه
۴۸۲	.....	سنجش و ارزشیابی (۱)
۴۸۵	.....	سنجش و ارزشیابی (۲)
۴۹۱	.....	پاسخنامه کلیدی









# فصل اول

توان

## \* درسامه:



تست: حاصل عبارت  $\frac{1}{3^{-1} + 5^{-1}}$  کدام است؟

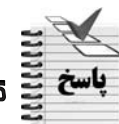
(انرژی آتمی)

۱۵  
۸ (۴)

۱۵  
۲ (۳)

۸ (۲)

۱  
۸ (۱)



پاسخ  
گزینه «۴»

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad \frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

نکته: همواره داریم:



$$\frac{1}{3^{-1} + 5^{-1}} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{1}{\frac{5+3}{15}} = \frac{1}{\frac{8}{15}} = \frac{15}{8}$$

با توجه به این نکته داریم:



تست: حاصل  $(-3^{-2})^{3^2}$  کدام است؟

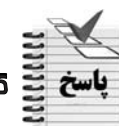
(انرژی آتمی)

۳<sup>-۱۸</sup> (۴)

-۳<sup>-۱۸</sup> (۳)

-۳<sup>۱۲</sup> (۲)

۳<sup>۱۲</sup> (۱)



پاسخ  
گزینه «۳»

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

نکته: همواره داریم:



نکته: عددی منفی اگر به توان عددی زوج برسد، حاصل عددی مثبت و اگر به توان عددی فرد برسد، حاصل

عددی منفی خواهد بود.



$$(-3^{-2})^{3^2} = (-3^{-2})^9 = -3^{-18}$$

با توجه به این دو نکته و نکته ۱ داریم:





۳: حاصل عبارت  $\frac{5^4 \times 4^3}{4^5 \times 5^4}$  کدام است؟

(نمونه مردمی)

۴۰۰ (۴)

$\frac{1}{400}$  (۳)

$\frac{14}{25}$  (۲)

$\frac{25}{14}$  (۱)



گزینه «۳»



۴: قوانین ضرب و تقسیم اعداد توان دار با پایه‌ها یا توان‌های مساوی به صورت زیر است:

$$\left\{ \begin{array}{l} a^m \times a^n = a^{m+n} \\ a^m \div a^n = a^{m-n} \end{array} \right. , \quad \left\{ \begin{array}{l} a^n \times b^n = (ab)^n \\ a^n \div b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \end{array} \right.$$

$$\frac{5^4 \times 4^3}{4^5 \times 5^4} = \frac{5^4}{5^4} \times \frac{4^3}{4^5} = \frac{1}{5^1} \times \frac{1}{4^2} = \frac{1}{5^1 \times 4^2} = \frac{1}{20^2} = \frac{1}{400}$$

با توجه به این نکته داریم:



۴: ربع عدد  $8^{pX+4}$  برابر است با:

(مفید)

$4^{3X+5}$  (۴)

$8^{pX+4}$  (۳)

$8^{X+p}$  (۲)

$8^{pX}$  (۱)



گزینه «۴»

$$8^{pX+4} \div 4 = (2^3)^{pX+4} \div 2^2 = 2^{6X+12} \div 2^2 = 2^{6X+12-2} = 2^{6X+10} = (2^2)^{3X+5} = 4^{3X+5}$$



۵: نسبت مجذور عدد  $\frac{p}{3}$  به مکعب آن کدام است؟

(نمونه دولتی)

$\frac{27}{4}$  (۴)

$\frac{4}{27}$  (۳)

$\frac{3}{p}$  (۲)

$\frac{p}{3}$  (۱)



گزینه «۲»



۵: توان دوم هر عدد را مجذور (مربع) آن عدد و توان سوم آن را مکعب آن عدد می‌نامند.

با توجه به این نکته و نکته ۴ داریم:

$$\frac{\left(\frac{p}{q}\right)^p}{\left(\frac{p}{q}\right)^m} = \frac{1}{\left(\frac{p}{q}\right)^1} = \frac{q}{p}$$

(علامه طباطبایی)

۶: حاصل  $x^{x^{x^x}}$  به ازای  $x = 2$  برابر است با:

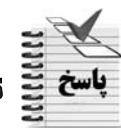


۶۵۵۳۶ (۴)

۱۰۲۴ (۳)

۲۵۶ (۲)

۶۴ (۱)



گزینه «۴»

پس از جایگذاری مقدار  $x$ ، از بالاترین توان رسانی شروع به حل می‌کنیم. لذا داریم:

$$x^{x^{x^x}} \xrightarrow{x=2} 2^{2^{2^2}} = 2^{2^4} = 2^{16} = 65536$$

(انرژی اتمی)

۷: حاصل عبارت  $8^5 \times \left(\frac{1}{64}\right)^8 \times 8^3 \times 8^8$  کدام است؟

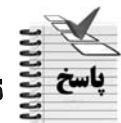


$8^3$  (۴)

$8^8$  (۳)

$8$  (۲)

$1$  (۱)



گزینه «۱»

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

۴: همواره داریم:



$$a^0 = 1, \quad (a \neq 0)$$

۷: حاصل هر عدد غیر صفر به توان صفر برابر ۱ است. یعنی:



با توجه به این دو نکته داریم:

$$8^5 \times \left(\frac{1}{64}\right)^8 \times 8^3 \times 8^8 = 8^5 \times (8^{-2})^8 \times 8^{11} = 8^5 \times 8^{-16} \times 8^{11} = 8^{14} \times 8^{-16} = 8^{-2} = \frac{1}{64}$$

(مفید)

۸: حاصل عبارت  $4^7 + 4^7 + 4^7 + 4^7$  کدام است؟

۴ (۱)

۶ (۳)

۴<sup>۲۸</sup> (۲)

۴<sup>۲۸</sup> (۴)

گزینه «۴»

نکته: در عبارت‌هایی که به صورت مجموع چند عدد توان‌دار مساوی هستند، می‌توان ضرب متناظر با آن عبارت را نوشت تا در صورت امکان حاصل به صورت یک عدد توان‌دار شود.

$$4^7 + 4^7 + 4^7 + 4^7 = 4 \times 4^7 = 4^8$$

با توجه به این نکته داریم:

(المپیاد)

۹: حاصل عبارت  $\mu^4 + \mu^4 + \mu^5 + \mu^6 + \dots + \mu^{50}$  کدام است؟

$\mu^{10}$  (۴)

$\mu^{243}$  (۳)

$\mu^{51}$  (۲)

$\mu^{69}$  (۱)

گزینه «۲»

با توجه به نکته ۸ داریم:

$$\underbrace{\mu^4 + \mu^4}_{\mu \times \mu^4 = \mu^5} + \mu^5 + \dots + \mu^{50} = \mu^{51}$$

$$\underbrace{\mu^5 + \mu^5}_{\mu \times \mu^5 = \mu^6} + \dots + \mu^{50} = \mu^{51}$$

(المپیاد)

۱۰: حاصل  $(\mu^5 + \mu^5 + \mu^5)(\mu^5 + \mu^5)$  به صورت عدد توان‌دار برابر است با:

$7\mu^5$  (۴)

$\mu^6$  (۳)

$\mu^6$  (۲)

$\mu^6$  (۱)



گزینه «۱»

$$\underbrace{(p^5 + p^5 + p^5)}_{3p} \underbrace{(p^5 + p^5)}_{2p} = (p \times p^5)(p \times p^5) = p^6 \times p^6 = p^{12}$$

با توجه به نکته ۸ داریم:

۱۱: حاصل عبارت  $\frac{p^3 + p^4}{p^4}$  برابر است با:

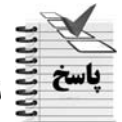
(نمونه مردمی)

$$\frac{1}{p} + \left(\frac{p}{p}\right)^4 \quad (۴)$$

$$p^3 \quad (۳)$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^4 \quad (۲)$$

$$p^4 \quad (۱)$$



گزینه «۴»

۹: در عبارت‌هایی مانند  $\frac{a+b+c}{d}$  می‌توان از قانون تفکیک کسرها استفاده کرد. به عبارت دیگر:

$$\frac{a+b+c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}$$

$$\frac{p^3 + p^4}{p^4} = \frac{p^3}{p^4} + \frac{p^4}{p^4} = \frac{1}{p} + \left(\frac{p}{p}\right)^4$$

با توجه به این نکته داریم:

۱۲: مقدار عددی عبارت  $\frac{8^{11} + 8^{10} + 8^9 + 8^8}{8^9}$  چه قدر است؟

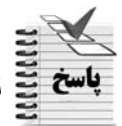
(مفید)

$$73/125 \quad (۴)$$

$$73/25 \quad (۳)$$

$$8^{29} + 1 \quad (۲)$$

$$8^{29} \quad (۱)$$



گزینه «۴»

با توجه به نکته ۹ داریم:

$$\frac{8^{11} + 8^{10} + 8^9 + 8^8}{8^9} = \frac{8^{11}}{8^9} + \frac{8^{10}}{8^9} + \frac{8^9}{8^9} + \frac{8^8}{8^9} = 8^2 + 8^1 + 1 + \frac{1}{8^1} = 64 + 8 + 1 + 0.125 = 73.125 = 73/125$$



۱۳: اگر  $2^x = 9$  باشد، حاصل  $2^{x+4}$  کدام است؟

(نمونه مردمی)

۱۳ (۴)

۳۶ (۳)

۲۵ (۲)

۱۴۴ (۱)



گزینه «۱»



۱۰: همواره داریم:

$$a^{m+n} = a^m \times a^n$$

$$a^{m-n} = a^m \div a^n$$

باتوجه به این نکته داریم:

$$2^{x+4} = 2^x \times 2^4 = 9 \times 16 = 144$$



۱۴: اگر  $10^{p-1} = 2$  باشد، آن‌گاه حاصل  $\frac{100^{p+1}}{100}$  برابر است با:

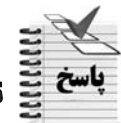
(علامه طباطبایی)

۴۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۲۰ (۲)

۴۰۰ (۱)



گزینه «۱»

باتوجه به نکته ۱۰ داریم:

$$10^{p-1} = 2 \Rightarrow \frac{10^p}{10^1} = 2 \Rightarrow 10^p = 20 \quad (*)$$

$$\frac{100^{p+1}}{100} = 100^{p+1-1} = 100^p = (10^2)^p = (10^p)^2 = 20^2 = 400$$



۱۵: اگر  $5^{-1} = 2^x$  و  $3^x = 5$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{36^{p^x-1}}{6^{-p}}$  کدام است؟

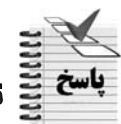
(دبیرستان البرز)

۲۵ (۴)

۱ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)



گزینه «۳»

$$\left. \begin{array}{l} 3^x = 5 \\ 3^x = 5^{-1} \end{array} \right\} \Rightarrow 3^x \times 3^x = 5 \times 5^{-1} \Rightarrow 3^x = 5^0 \Rightarrow 3^x = 1$$

$$\frac{3^{p \times x - 1}}{3^{-p}} = 3^{p \times x - 1} \times 3^p = (3^p)^{p \times x - 1} \times 3^p = 3^{p \times x - p} \times 3^p = 3^{p \times x} = (3^x)^p = 1^p = 1$$

(انرژی آتمی)

۱۶: حاصل عبارت  $3^{1376} - 3^{1375}$  برابر است با:۱۴)  $3^{1375}$ 

۱۳) ۱

۱۲) ۲

۱۱)  $3^{1376}$ 

گزینه «۱۴»

پاسخ

۱۱: همواره داریم:

$$a^{m+n} \pm a^m = a^m (a^n \pm 1)$$

باتوجه به این نکته داریم:

$$3^{1376} - 3^{1375} = 3^{1375+1} - 3^{1375} = 3^{1375} (3^1 - 1) = 3^{1375}$$

(انرژی آتمی)

۱۷: حاصل عدد  $3^{1383} + 5 \times 3^{1383} + 3^{1384}$  کدام است؟۱۴)  $3^{1382}$ ۱۳)  $3^{1383}$ ۱۲)  $3^{1384}$ ۱۱)  $3^{1385}$ 

گزینه «۱»

پاسخ

با توجه به نکته ۱۱ داریم:

$$3^{1383} + 5 \times 3^{1383} + 3^{1384} = 3^{1383} (1 + 5 + 3) = 3^{1383} \times 9 = 3^{1383} \times 3^2 = 3^{1385}$$

(تیزهوشان)

۱۸: اگر  $a^{7p} \geq 16^{54}$ ، آن‌گاه کمترین مقداری که  $a$  می‌تواند اختیار کند، کدام است؟

۱۴) ۲۶

۱۳) ۸

۱۲) ۱۲

۱۱) ۱۶

پاسخ گزینه «۳»

باید توان‌های دو طرف نامساوی را یکی کنیم. لذا داریم:

$$a^{7^2} \geq 16^{5^4} \Rightarrow a^{7^2} \geq (2^4)^{5^4} \Rightarrow a^{7^2} \geq 2^{20} \Rightarrow a^{7^2} \geq (2^3)^{7^2} \Rightarrow a^{7^2} \geq 8^{7^2} \Rightarrow a \geq 8$$

کم‌ترین مقدار  $a$  برابر ۸ است.



تست

۱۹: اگر  $7^{30} = 49a + 98$  باشد، مقدار  $7^{28}$  بر مَسب  $a$  برابر است با:

(علامه طباطبایی)

۱۴)  $a + 2$

۳)  $a - 2$

۲)  $49a + 2$

۱)  $\frac{a}{49}$

گزینه «۴»

طرفین تساوی داده شده را بر  $7^p$  تقسیم می‌کنیم. لذا داریم:

$$\frac{7^{30}}{7^p} = \frac{49a + 98}{7^p} \Rightarrow 7^{28} = \frac{49a}{7^p} + \frac{98}{7^p} \Rightarrow 7^{28} = a + 2$$



تست

۲۰: اگر  $(x-2)^x$  و  $(x-2)^p$  وارون هم باشند، آن‌گاه مقدار  $x$  برابر است با:

(انرژی اتمی)

۱۴)  $0$  و  $2$

۳)  $3$  و  $-2$

۲)  $-2$

۱)  $3$

گزینه «۳»



تست

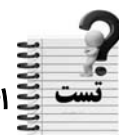
۱۲: اگر  $a$  و  $b$  وارون (معکوس) یکدیگر باشند، آن‌گاه حاصل ضربشان برابر ۱ است. به عبارت دیگر:

$$a \times b = 1$$

باتوجه به این نکته داریم:  $(x-2)^x (x-2)^p = 1 \Rightarrow (x-2)^{(x+p)} = (x-2)^0 \Rightarrow x+p=0 \Rightarrow x=-p$

از طرف دیگر معادله  $1 = (x-2)^{(x+p)}$  به ازای  $x=3$  صمیم خواهد بود. بنابراین جواب‌های این معادله برابر است با:

۳ و  $-2$ .



(تألیفی)

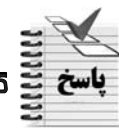
۲۱: حاصل عبارت  $۱^p + ۲^p + ۳^p + \dots + p^p$  کدام است؟

۸۲۰ (۴)

۲۸۷۰ (۳)

۲۱۰ (۲)

۸۶۱۰ (۱)



گزینه «۳»



نکته ۱۳: همواره داریم:

$$۱^p + ۲^p + ۳^p + \dots + n^p = \frac{n(n+1)(۲n+1)}{۶}$$

(مجموع مربعات عددهای طبیعی)

$$۱^p + ۲^p + ۳^p + \dots + p^p = \frac{p(p+1)(۲p+1)}{۶} = \frac{p \times ۲۱ \times ۴۱}{۶} = ۲۸۷۰$$

باتوجه به این نکته داریم:



(تألیفی)

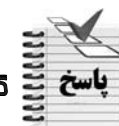
۲۲: حاصل عبارت  $۱ + ۸ + ۲۷ + ۶۴ + \dots + ۱۰۰۰$  برابر است با:

۳۸۵۰ (۴)

۳۲۰۵ (۳)

۳۸۵ (۲)

۳۰۲۵ (۱)



گزینه «۱»



نکته ۱۴: همواره داریم:

$$۱^p + ۲^p + ۳^p + \dots + n^p = \left( \frac{n(n+1)}{۲} \right)^p$$

(مجموع مکعبات عددهای طبیعی)

باتوجه به این نکته داریم:

$$۱ + ۸ + ۲۷ + ۶۴ + \dots + ۱۰۰۰ = ۱^3 + ۲^3 + ۳^3 + ۴^3 + \dots + ۱۰^3 = \left( \frac{۱۰(۱۰+۱)}{۲} \right)^3 = \left( \frac{۱۰ \times ۱۱}{۲} \right)^3 = ۵۵^3 = ۳۰۲۵$$



(علامه طباطبائی)

۲۳: اگر  $۰ < a < ۱$  و  $n = pk$  و  $k > ۰$ ، کدام عدد از بقیه کوچکتر است؟ $a^{n+1}$  (۴) $a^{n-1}$  (۳) $a^n$  (۲) $a$  (۱)



گزینه «۴»

پاسخ

۱۵: اگر عددی بین ۰ و ۱ باشد، هرچه توان آن بزرگتر شود، حاصل کوچکتر خواهد شد.

با توجه به این نکته عدد  $a^{n+1}$  از بقیه کوچکتر است. زیرا توان آن بزرگتر است.

(انرژی اتمی)

۲۴: حاصل عبارت  $\left[(-1)^{-1}\right]^{\frac{1}{2}}$  کدام است؟

(۴) عدد مقلقی نیست.

(۳) ۴

(۲)  $-\frac{1}{4}$

(۱) -۴

گزینه «۴»

۱۶: اگر توان عدد توان‌داری، یک عدد کسری باشد، حاصل عددی مقلقی نخواهد بود.

(علامه طباطبایی)

۲۵: تعداد رقم‌های عدد  $A = 5^8 \times 2^{14}$  برابر است با:

(۴) ۱۲

(۳) ۱۱

(۲) ۱۰

(۱) ۹

گزینه «۲»

۱۷: رقم صفر از ضرب دو عدد ۲ و ۵ ایجاد می‌شود.

۱۸: در عدد توان‌دار  $10^n$ ، n رقم صفر وجود دارد. یعنی:

$$10^n = \underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ تا}}$$



۱۹: در عبارت  $A \times 10^n$ ، تعداد ارقام عبارت با مجموع تعداد ارقام عدد  $A$  و تعداد رقم صفر (یعنی  $n$ ) برابر است. به عبارت دیگر:

$$A \times 10^n = \text{تعداد ارقام صفر} + \text{تعداد ارقام غیر صفر} = \text{تعداد کل ارقام}$$

با توجه به این سه نکته داریم:

$$A = 2^{14} \times 5^8 = 2^6 \times 2^8 \times 5^8 = 2^6 \times 10^8 = 256 \times 10^8 = 256 \underbrace{00000000}_{8}$$

$$A = 2 + 8 = 10 = \text{تعداد ارقام عدد } A$$



(تألیفی)

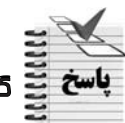
۲۶: عدد  $25^5 \times 16^7$  چند رقم صفر در سمت راست خود دارد؟

۲۳ (۴)

۲۲ (۳)

۲۱ (۲)

۲۰ (۱)



گزینه «۱»

با توجه به نکته‌های ۲، ۳ و ۴ داریم:

$$25^5 \times 16^7 = (5^4)^5 \times (2^4)^7 = 5^{20} \times 2^{28} = 5^{20} \times 2^{20} \times 2^8 = 10^{20} \times 256 = 256 \underbrace{000000000000000000}_{20}$$



(انرژی اتمی)

۲۷: به ازای چند مقدار صحیح  $n$ ، عدد  $5^{p-n} \times 2^{n+3}$  مضرب ۱۰ است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



گزینه «۴»



۲۰: عددی که بخواهد مضرب ۱۰ باشد، اولاً باید شمارنده‌های ۲ و ۵ داشته باشد؛ ثانیاً باید توان‌های این دو عامل صفر یا عددی کسری یا عددی منفی باشد.

با توجه به این نکته، در عدد  $5^{p-n} \times 5^{n+3}$  مقدار  $n$  تنها اعداد  $2$ ،  $1$ ،  $0$  و  $1$  می‌تواند باشد که تعداد آنها برابر ۴ است.

(انرژی آتمی)

۲۸: نصف عدد  $5^6 + 125^9 + 25^9 + 5^{19} + 3 \times 5^{18}$  کدام است؟

- (۱)  $5^{10}$       (۲)  $5^{19}$       (۳)  $25^9$       (۴)  $25^{10}$

پاسخ  
گزینه «۲»

$$3 \times 5^{18} + 5^{19} + 25^9 + 125^9 = 3 \times 5^{18} + 5^{19} + 5^{18} + 5^{18} = 5^{18} (3 + 5 + 1 + 1) = 5^{18} \times 10 \xrightarrow{\div 2} 5^{18} \times 5 = 5^{19}$$

(علامه طباطبایی)

۲۹: از تساوی  $(a^a)^x = a^{(a^{a+1}+a)}$  مقدار  $x$  بر حسب  $a$  کدام است؟

- (۱)  $a+1$       (۲)  $a^a+1$       (۳)  $a^{a+1}$       (۴)  $a^a+a$

پاسخ  
گزینه «۲»

$$(a^a)^x = a^{(a^{a+1}+a)} \Rightarrow (a^a)^x = a^{[a(a^{a+1})]} \Rightarrow (a^a)^x = (a^a)^{a^{a+1}} \Rightarrow x = a^a + 1$$

(انرژی آتمی)

۳۰: اختلاف دو عدد  $79^p$  و  $80^p$  برابر است با:

- (۱) ۱۴۸      (۲) ۱۵۹      (۳) ۱۵۸      (۴) ۱۴۹

پاسخ  
گزینه «۲»

با توجه به نکته ۱۷ داریم:

نکته ۲۱: در حل بسیاری مسائل از اتحادهای جبری می‌توان استفاده کرد. اتحادهای جبری زیر را به خاطر بسپارید:

$$(a + b)^p = a^p + pab + b^p$$

اتحاد مربع مجموع دو جمله‌ای

$$(a - b)^p = a^p - pab + b^p$$

اتحاد مربع تفاضل دو جمله‌ای

$$(a - b)(a + b) = a^p - b^p$$

اتحاد مزدوج



با توجه به این نکته داریم:

$$۸۰^p - ۷۹^p = (۸۰ - ۷۹)(۸۰ + ۷۹) = ۱ \times ۱۵۹ = ۱۵۹$$

(تیزهوشان)

نکته ۳۱: عدد  $۲^{۳۲} - ۱$  برابر با کدام گزینه است؟

۴) ۴۲۹۴۹۶۷۲۸۵

۳) ۴۲۹۴۹۶۷۲۹۰

۲) ۴۲۹۴۹۶۷۲۹۷

۱) ۴۲۹۴۹۶۷۲۹۵

گزینه «۱»

با توجه به نکته ۲۱ (اتحاد مزدوج) داریم:

$$\begin{aligned} ۲^{۳۲} - ۱ &= (۲^{۱۶} - ۱)(۲^{۱۶} + ۱) = (۲^۸ - ۱)(۲^۸ + ۱)(۲^{۱۶} + ۱) = (۲^۴ - ۱)(۲^۴ + ۱)(۲^۸ + ۱)(۲^{۱۶} + ۱) \\ &= (۲^۲ - ۱)(۲^۲ + ۱)(۲^۴ + ۱)(۲^۸ + ۱)(۲^{۱۶} + ۱) = (۲ - ۱)(۲ + ۱)(۲^۲ + ۱)(۲^۴ + ۱)(۲^۸ + ۱)(۲^{۱۶} + ۱) \end{aligned}$$

دومین پرانتز یعنی  $۲ + ۱ = ۳$  است. بنابراین عدد  $۲^{۳۲} - ۱$  بر ۳ بخش پذیر است که تنها گزینه (۱) بر ۳ بخش پذیر می‌باشد.نکته ۳۲: کوچک‌ترین عددی که در  $A = ۲^۵ \times ۳^۴ \times ۵^۳$  ضرب شود تا A مربع کامل شود، چیست؟

(آزمون مدارس هماهنگ)

۴) ۳۰

۳) ۲

۲) ۵

۱) ۱۰

گزینه «۱»



۲۲: برای تشخیص این‌که عددی مربع کامل است یا فیر، می‌توان آن عدد را به شمارنده‌های اول تجزیه کرده؛ چنانچه توان هریک از شمارنده‌های اول زوج باشد، عدد داده شده مربع کامل است.

با توجه به این نکته در عبارت  $A = 2^5 \times 3^4 \times 5^3$ ، توان پایه‌های ۲ و ۵ فرد است. لذا اگر عبارت A را در عدد  $2 \times 5$  (یعنی ۱۰) ضرب کنیم، توان پایه‌های ۲ و ۵ زوج خواهد شد.



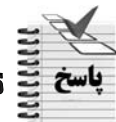
۳۳: کوچک‌ترین عددی که در  $A = 3^4 \times 5^6 \times 7^p$  ضرب شود تا A مکعب کامل شود، چیست؟ (تألیفی)

۲۱ (۴)

۶۳ (۳)

۴۵ (۲)

۳۵ (۱)



گزینه «۳»



۲۴: برای تشخیص این‌که عددی مکعب کامل است یا فیر، می‌توان آن عدد را به شمارنده‌های اول تجزیه کرده؛ چنانچه توان هریک از شمارنده‌های اول مضرب ۳ باشد، عدد داده شده مکعب کامل است.

با توجه به این نکته در عبارت  $A = 3^4 \times 5^6 \times 7^p$ ، توان پایه‌های ۳ و ۷ مضرب ۳ نیست. لذا اگر عبارت A را در  $3^p \times 7$  (یعنی  $3^p \times 7$ ) ضرب کنیم، توان پایه‌های ۳ و ۷ مضرب ۳ خواهد شد.



(المپیاد ریاضی)

برابر است با: 
$$\left( \frac{5^{\frac{5}{3}} \times a^{\frac{3}{8}}}{a^{\frac{7}{14}}} \right)^{-\frac{4}{3}}$$

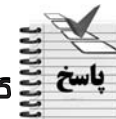
۳۴: حاصل

a (۴)

$\sqrt[3]{a}$  (۳)

$a^{-3}$  (۲)

$a^3$  (۱)



گزینه «۳»

$$\left(\frac{a \times b}{c}\right)^n = \frac{a^n \times b^n}{c^n}$$

۲۴: همواره داریم:

نکته

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

۲۵: همواره داریم:

نکته

در عبارت  $\sqrt[n]{a}$  به عدد  $n$ ، فرجه‌ی رادیکال می‌گویند. به‌عنوان مثال:  $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$ .

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$$

۲۶: همواره داریم:

نکته

با توجه به این سه نکته داریم:

$$\left(\frac{a^{\frac{5}{12}} \times a^{-\frac{3}{8}}}{a^{\frac{7}{24}}}\right)^{-\frac{4}{3}} = \frac{a^{-\frac{5}{9}} \times a^{\frac{1}{6}}}{a^{-\frac{7}{18}}} = a^{-\frac{1}{18}} \times a^{\frac{7}{18}} = a^{\frac{6}{18}} = a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$$

(انرژی اتمی)

۳۵: رقم یکان عدد  $9^{9^{9^9}}$  برابر است با:

تست

۹ (۴)

۷ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

گزینه «۴»

پاسخ

۲۷: چنانچه رقم یکان پایه‌ی عدد توان‌داری ۹ باشد، اگر به‌توان عددی زوج برسد، رقم یکان برابر ۱ و اگر به‌توان عددی فرد برسد، رقم یکان برابر ۹ خواهد بود.

با توجه به این نکته داریم:

$$9^{9^{9^9}} \xrightarrow{\text{رقم یکان}} 9$$

(تألیفی)

۳۶: رقم یکان عدد  $۲۷۵^{۳۴۸} + ۹۱۶^{۵۲۷}$  کدام است؟

۲ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۱ (۱)

گزینه «۱»

۲۸: اگر رقم یکان پایه‌ی عدد توان‌داری یکی از ارقام ۰، ۱، ۵ و ۶ باشد، به‌توان هر عددی که برسد، رقم یکان آن تغییری نخواهد کرد.

با توجه به این نکته داریم:

$$\left. \begin{array}{l} ۲۷۵^{۳۴۸} \xrightarrow{\text{رقم یکان}} ۵ \\ ۹۱۶^{۵۲۷} \xrightarrow{\text{رقم یکان}} ۶ \end{array} \right\} \Rightarrow ۵ + ۶ = ۱۱$$

↓  
رقم یکان

(تألیفی)

۳۷: باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد  $۸۵۴^{۶۷۹}$  بر ۱۰ چیست؟

۸ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

گزینه «۲»

۲۹: باقی‌مانده‌ی تقسیم یک عدد بر ۱۰، همان رقم یکان آن عدد است.

۳۰: چنانچه رقم یکان پایه‌ی عدد توان‌داری ۴ باشد، اگر به‌توان عددی زوج برسد، رقم یکان برابر ۶ و اگر به‌توان عددی فرد برسد، رقم یکان آن برابر ۴ خواهد بود.

با توجه به این دو نکته داریم:

$$۸۵۴^{۶۷۹} \xrightarrow{\text{رقم یکان}} ۶$$



۳۸: رقم یکان  $17^{17} - 13^{13}$  برابر است با:

(المپیاد ایران)

- ۰ (۱)      ۲ (۲)      ۴ (۳)      ۶ (۴)



گزینه «۱»



۳۸: برای به دست آوردن رقم یکان اعداد توان داری که دو رقم یکان آن‌ها ۲، ۳، ۷ و ۸ است، مراحل

زیر را انجام می‌دهیم:

مرمله‌ی ۱: به جای پایه، رقم یکان عدد توان‌دار داده شده را جدا می‌کنیم.

مرمله‌ی ۲: توان را بر ۴ تقسیم می‌کنیم و به جای توان، باقی‌مانده‌ی تقسیم توان بر ۴ را قرار می‌دهیم. (پنانچه

باقی‌مانده‌ی تقسیم توان بر ۴ برابر صفر شود، به جای صفر، خود رقم ۴ را در توان قرار می‌دهیم.)

مرمله‌ی ۳: حاصل مرمله‌ی ۱ را به توان حاصل مرمله‌ی ۲ می‌رسانیم. رقم یکان عدد حاصل، رقم یکان عدد توان‌دار

داده شده خواهد بود.

با توجه به این نکته داریم:

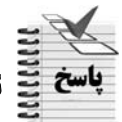
$$\left. \begin{array}{l} \begin{array}{l} 13 \overline{) 17} \\ - 10 \phantom{0} \\ \hline 7 \end{array} \Rightarrow 13^{13} \xrightarrow{\text{رقم یکان}} 13^7 = 17 \downarrow \text{رقم یکان} \\ \begin{array}{l} 17 \overline{) 13} \\ - 14 \phantom{0} \\ \hline 1 \end{array} \Rightarrow 17^{17} \xrightarrow{\text{رقم یکان}} 17^1 = 7 \downarrow \text{رقم یکان} \end{array} \right\} \Rightarrow 7 - 7 = 0 \downarrow \text{رقم یکان}$$



۳۹: رقم یکان  $17^{8k+3} + 13^{4k+2}$  کدام است؟

(انرژی اتمی)

- ۱ (۱)      ۴ (۲)      ۷ (۳)      ۹ (۴)



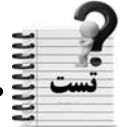
گزینه «۴»

باقی‌مانده‌ی تقسیم  $8k+3$  بر ۴، برابر ۳ است. بنابراین با توجه به نکته ۱۷ رقم یکان عدد  $17^{8k+3}$  برابر است با:

$$17^{8k+3} \xrightarrow{\text{رقم یکان}} 17^3 = 13 \downarrow \text{رقم یکان}$$



عدد  $4k + 2$  زوج می‌باشد. بنابراین با توجه به نکته ۱۶ رقم یکان عدد  $4^{4k+2}$  برابر ۶ است.  
 رقم یکان عدد داده شده برابر است با:  $3 + 6 = 9$ .



(المپیاد)

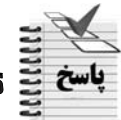
۴۰: باقی‌مانده‌ی تقسیم  $5^{1374}$  بر ۳۱ برابر است با:

۲ (۴)

۱ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)



گزینه «۳»

۳۲: در یک تقسیم اگر مقسوم به هر توانی برسد، باقی‌مانده نیز به همان توان می‌رسد.



می‌دانیم  $125 = 5^3$ . باقی‌مانده‌ی تقسیم ۱۲۵ بر ۳۱ برابر ۱ است. اگر  $5^3$  را به توان هر عددی برسانیم، باقی‌مانده نیز به همان عدد می‌رسد. لذا باقی‌مانده‌ی  $(5^3)^{458}$  بر ۳۱ برابر است با:  $1^{458} = 1$ .  
 $\left( (5^3)^{458} = 5^{1374} \right)$



۴۱: هرگاه  $a = 10^{17}$ ،  $b = 250000^3$ ،  $c = 0/1 \times 100000$  و  $d = (14000000)^p$ ، کدام رابطه درست است؟

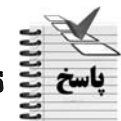
(آزمون مدارس هماهنگ)

$c < b < a < d$  (۴)

$c < d < b < a$  (۳)

$c < b < d < a$  (۲)

$d < b < a < c$  (۱)



گزینه «۲»

$a = 10^{17} \rightarrow$  ۱۸ رقمی

$b = 250000^3 = 25^3 \times 10000^3 = 15625 \times 10^{12} \rightarrow$  ۱۷ رقمی

$c = 0/1 \times 100000 = 10^4 \rightarrow$  ۵ رقمی

$d = (14 \times 10^7)^p = 14^p \times 10^{7p} \rightarrow$  ۱۷ رقمی

بنابراین:  $c < b < d < a$ .

سنجش و ارزشیابی (۱)

زمان پاسخ‌گویی: ۴۰ دقیقه

(۱) حاصل کسر توانی  $A = \frac{\mu^x + \mu^{x+1} + \mu^{x+2}}{\mu^{x+3} - \mu^x}$  کدام است؟ (تیزهوشان)

- (۱)  $\mu$  (۲)  $\mu^{x-2}$  (۳)  $\mu^{x-9}$  (۴) ۱

(۲) تفاضل بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد از اعداد زیر کدام است؟ (علامه طباطبائی)

$98 \times 10^3, 10 \times 10^4, 99 \times 10^3, 9/89 \times 10^4$

- (۱) ۲۰۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۰۰۰

(۳) حاصل عبارت  $(\sqrt{\mu})^{-4} \times (\mu - \mu^{-\mu})^{-1} \div 16^{-\frac{\mu}{4}}$  چه قدر است؟ (علامه طباطبائی)

- (۱)  $\frac{4}{\sqrt{7}}$  (۲)  $\frac{8}{\sqrt{7}}$  (۳)  $\frac{16}{\sqrt{7}}$  (۴)  $\frac{7}{8}$

(۴) کدام ترتیب زیر صحیح می‌باشد؟ (علامه طباطبائی)

- (۱)  $\mu^{5555} < \mu^{3333} < \mu^{2222} < \mu^{5555}$  (۲)  $\mu^{5555} < \mu^{3333} < \mu^{2222} < \mu^{5555}$   
 (۳)  $\mu^{5555} < \mu^{2222} < \mu^{3333} < \mu^{5555}$  (۴)  $\mu^{2222} < \mu^{4444} < \mu^{3333} < \mu^{2222}$

(۵) اگر  $A = 4^{m-1}$  و  $B = 8^{1-m}$  باشد، آنگاه چه رابطه‌ای بین  $A$  و  $B$  برقرار است؟ (علامه طباطبائی)

- (۱)  $A^3 B^3 = 1$  (۲)  $A^3 + B^3 = 1$  (۳)  $A^3 B^3 = 1$  (۴)  $A^3 + B^3 = 1$

(۶) حاصل جمع نصف  $4^a$  با ربع  $\mu^{pa+1}$  کدام گزینه است؟ (مفید)

- (۱)  $4^a$  (۲)  $4^{pa-1}$  (۳)  $\mu^{pa-1}$  (۴)  $\mu^a + \mu^{pa}$

(۷) حاصل  $4^{10} - \mu^{pp}$  را  $A$  می‌نامیم. با فرض  $4^{10} = 1048576$ ، مجموع ارقام  $A$  کدام است؟ (انرژی اتمی)

- (۱) ۳۰ (۲) ۲۶ (۳) ۳۶ (۴) ۲۴

(۸) اگر حاصل جمع  $1 - \mu^{31} \times 15^{13}$  را با ارقامش نشان دهیم، در سمت راست آن چند رقم ۹ وجود دارد؟

(انرژی اتمی)

- (۱) ۳۱ (۲) ۶۲ (۳) ۴۳ (۴) ۴۰

(۹) فرض کنید  $P = \mu^m$  و  $Q = 3^n$ . کدام یک از عبارتهای زیر برابر  $12^{mn}$  است؟ (انرژی اتمی)

- (۱)  $P^p Q$  (۲)  $P^n Q^m$  (۳)  $P^{pm} Q^n$  (۴)  $P^{pn} Q^m$

(مفید)	۱۰	کوچک‌ترین عددی که باید $۴۰۵۰۰۰$ را بر آن تقسیم کنیم تا حاصل مکعب کامل شود، کدام است؟	(۱) ۵	(۲) ۱۵	(۳) ۳	(۴) ۸
(انرژی اتمی)	۱۱	بین اعداد $۱۰۰۱$ و $۲^{۱۵} - ۱$ چند عدد مکعب کامل وجود دارد؟	(۱) ۲۳	(۲) ۲۲	(۳) ۲۱	(۴) ۲۰
(سلام)	۱۲	مداقل مقدار $n$ چه قدر باشد که رابطه‌ی $n^{۳۰۰} \geq ۸۱^{۴۵۰}$ برقرار گردد چیست؟	(۱) ۷۲۸	(۲) ۷۲۹	(۳) ۷۳۱	(۴) ۷۲۷
(علامه طباطبایی)	۱۳	ماصل عبارت $\frac{۴^{-۲} + ۲^{-۳}}{۳^{-۲} + ۴^{-۲}}$ کدام است؟	(۱) $\frac{۲۱}{۲۵}$	(۲) $\frac{۲۲}{۲۵}$	(۳) $\frac{۲۵}{۲۱}$	(۴) $\frac{۲۵}{۲۲}$
(علامه طباطبایی)	۱۴	بین اعداد ۱ تا ۱۰۰۰ چند عدد را می‌توان به صورت $۲^N \times N^p$ نوشت؟ ( $N \in \mathbb{N}$ )	(۱) ۴	(۲) ۵	(۳) ۶	(۴) ۷
(تیزهوشان)	۱۵	عدد $۱۶^{۳^p} \times ۱۲۵^{۳^p}$ چند رقمی است؟	(۱) ۳۰	(۲) ۳۱	(۳) ۲۹	(۴) ۲۸
(المپیاد ایران)	۱۶	باقی‌مانده‌ی تقسیم $۷ + ۲^{۲۲} + ۵$ بر ۸ برابر است با:	(۱) صفر	(۲) ۱	(۳) ۲	(۴) ۴
(تیزهوشان)	۱۷	رقم یکان عدد $(۳^{۱۶۲} + ۱)$ کدام است؟	(۱) ۰	(۲) ۹	(۳) ۱	(۴) ۳
(انرژی اتمی)	۱۸	آخرین رقم حاصل جمع $۱ + ۴ + ۹ + ۱۶ + \dots + ۴^{۱۳۸۵} + ۴^{۱۳۸۴} + \dots + ۴ + ۱$ کدام است؟	(۱) ۱	(۲) ۳	(۳) ۵	(۴) ۷
(تألیفی)	۱۹	ماصل عبارت $۱ + ۴ + ۹ + ۱۶ + \dots + ۱۰۰$ کدام است؟	(۱) ۳۸۵	(۲) ۵۰۵۰	(۳) ۷۴۰	(۴) ۱۱۵۵
(مفید)	۲۰	ماصل عبارت (روبرو) کدام است؟ $\frac{(۴/۳)^۵ \div (۰/۷)^۵}{(۲/۱)^۳ \div (۰/۳)^۳} \times \frac{۱۴^۳ \times ۲}{۹^۴ \times ۳}$	(۱) $۴/۸$	(۲) $۷/۲$	(۳) ۴۸	(۴) ۷۲

سنجش و ارزشیابی (۲)

زمان پاسخ‌گویی: ۶۰ دقیقه

(مدارس هماهنگ)

(۱) رقم یکان عدد  $A = 9^{1p} + 3^{25}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(انرژی اتمی)

(۲) باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد  $K = 3^{24} + 24^3$  بر ۱۰ برابر است با:

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

(انرژی اتمی)

(۳) عدد حاصل از ساده شدن عبارت  $5^8 \times 10^3 \times 4^p \times 2^3$  چند صفر در مقابل خواهد داشت؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۳ (۴) ۱۰

(تیزهوشان)

(۴) حاصل کسر توانی  $A = \frac{p^x + p^{x+1} + p^{x+p}}{p^{x+3} - p^x}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $p^{x-p}$  (۳)  $p^{x-9}$  (۴) ۱

(علامه طباطبایی)

(۵) اگر  $A = (x^{x^x})^{x^x}$  باشد، حاصل  $A^x$  کدام است؟

- (۱)  $x^{x^{x^{px}}}$  (۲)  $x^{x^{x^p}}$  (۳)  $x^{x^{px+1}}$  (۴)  $x^{x^{x+p}}$

(۶) اگر  $5^x = 8$ ،  $7^z = 8$  و  $5^y = 7$  باشد، حاصل عبارت  $5^{xy} - 3^{1-xyz}$  معادل کدام‌یک از گزینه‌های زیر است؟  
(مدارس هماهنگ)

- (۱)  $\frac{23}{3}$  (۲)  $\frac{62}{9}$  (۳) ۱ (۴) -۱

(انرژی اتمی)

(۷) کسر  $\frac{a^{-p} - b^{-p}}{a^{-4} - b^{-4}}$  با کدام عبارت برابر است؟

- (۱)  $\frac{1}{a^{-p} + b^{-p}}$  (۲)  $a^{-p} + b^{-p}$  (۳)  $\frac{1}{a^{-p} - b^{-p}}$  (۴)  $a^{-p} - b^{-p}$

(۸) اگر مجموع اعداد طبیعی ۱ تا ۵۰ برابر  $\frac{x}{p}$  باشد، حاصل عبارت  $7^{98} \times \dots \times 7^8 \times 7^6 \times 7^4$  برابر است با:  
(علامه طباطبایی)

- (۱)  $7^{x-100}$  (۲)  $7^{x-98}$  (۳)  $7^{x-102}$  (۴)  $7^{x-104}$

۹) کدام رابطه درست است؟ (مفید)

(۱)  $\mu^{۳۰} > \mu^{۴۵} > ۷^{۱۵} > ۸^۵ \times \mu^{۴} \mu^۳$

(۲)  $\mu^{۳۰} > ۷^{۱۵} > ۸^۵ \times \mu^{۴} \mu^۳ > \mu^{۴۵}$

۱۰) حاصل  $\frac{(138\mu^p - 1^p)(138\mu^p - \mu^p) \dots (138\mu^p - 200\mu^p)}{1^p + \mu^p + \mu^{2p} + \dots + 200\mu^p}$  برابر است با: (انرژی اتمی)

(۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $200\mu^p$  (۴)  $138\mu^p$

۱۱) معکوس حاصل عبارت  $\frac{\mu^{-۶} + \mu^{-۷} + \mu^{-۸} + \mu^{-۹}}{\mu^۹ + \mu^{۱۰} + \mu^{۱۱} + \mu^{۱۲}}$  کدام است؟ (نمونه دولتی)

(۱)  $\mu^{۱۸}$  (۲)  $\mu^{-۱۸}$  (۳)  $\mu^{۱۳}$  (۴)  $\mu^{-۱۳}$

۱۲) رقم یکان عدد  $1378^{1999} + 1999^{1378}$  چیست؟ (انرژی اتمی)

(۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

۱۳) مجموع ارقام عدد  $(10^{n+10} + \mu)^p$  چه قدر است؟ (المپیاد شهرستانها)

(۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴)  $n^p$

۱۴) حاصل  $(\sqrt{5} + \sqrt{4})^{1386} \times (\sqrt{5} - \sqrt{4})^{1384}$  در کدام گزینه است؟ (المپیاد شهرستانها)

(۱)  $9 - 4\sqrt{5}$  (۲)  $9 - \sqrt{5}$  (۳)  $9 + \sqrt{5}$  (۴)  $9 + 4\sqrt{5}$

۱۵) اگر  $8^{x+p} = 15$  باشد، مقدار  $\sqrt{p(\mu^{3x+6} + \mu^{3x+7}) + 7(x^{x+p} - 15)}$  برابر است با: (المپیاد شهرستانها)

(۱)  $5\sqrt{3}$  (۲)  $3\sqrt{5}$  (۳)  $\sqrt{15}$  (۴)  $\sqrt{90}$

۱۶) کدام عدد در  $12 \times 35 \times 15$  ضرب شود تا حاصل مربع کامل شود؟ (مسابقات علمی)

(۱) ۷ (۲) ۳۵ (۳) ۲۱ (۴) ۳۰

۱۷) حاصل  $5a^{-1}$  به ازای  $a = -\frac{1}{4}$  کدام است؟ (انرژی اتمی)

(۱) ۲۰ (۲)  $-1/25$  (۳)  $-20$  (۴)  $1/25$

(۱۸) حاصل عبارت  $\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^4 \div (-b)^3}{\left(-\frac{1}{a}\right)^4 \times \left(\frac{b}{a^p}\right)^p}$  کدام است؟

(آزمون مدارس هماهنگ)

(۱)  $\frac{b}{a^p}$  (۲)  $-\frac{a^{14}}{b^{11}}$  (۳)  $\frac{a^{14}}{b^9}$  (۴)  $-\frac{b^7}{a^p}$

(۱۹) حاصل عبارت  $\frac{1}{5^n} \left[ \left(5^n \times \frac{1}{p}\right) + \left(5^n \times \frac{1}{p}\right) + \left(5^n \times \frac{1}{p}\right) \right]$  چه قدر است؟

(مفید)

(۱)  $5^n$  (۲) ۱ (۳) ۵ (۴)  $5^{-n}$

(۲۰) حاصل  $\frac{4^{pa+1} \div 4^{pa-1}}{8^{pb+1} \times 8^{3-pb}}$  برابر است با:

(علامه طباطبائی)

(۱)  $\left(\frac{1}{p}\right)^8$  (۲)  $p^8$  (۳)  $\left(\frac{1}{p}\right)^3$  (۴)  $\left(\frac{1}{8}\right)^4$

(۲۱) اگر  $M = \left(\frac{8}{4}\right)^3$  و  $N = \left(\frac{14}{p^3}\right)$  باشد، حاصل کسر  $\frac{M}{N}$  به صورت عددی توان دار کدام است؟

(المپیاد)

(۱)  $4^3$  (۲)  $\left(\frac{1}{p}\right)^3$  (۳)  $4^4$  (۴)  $\left(\frac{1}{4}\right)^3$

(۲۲) حاصل عبارت مقابل کدام است؟

(مفید)

(۱)  $\frac{4}{4^3}$  (۲)  $\frac{4^3}{4}$  (۳)  $\frac{3}{7^5}$  (۴)  $\frac{7^5}{3}$

$\frac{(4/3)^{10} \div (9/4)^{10} \times (1/8)^p \div (4/4)^p}{(p/1)^3 \div (7/7)^3 \times (p/8)^5 \div (4/4)^5}$

(۲۳) حاصل عبارت مقابل در کدام گزینه است؟  $4^x + 4^x + 4^x + 4^x + 4^{x+1} + 4^{x+1} + 4^{x+1}$

(المپیاد استانی)

(۱)  $4^{x+2}$  (۲)  $4^{x+1}$  (۳)  $4^{2x+1}$  (۴)  $4^{2x}$

(۲۴) در رابطه  $15^{3x-1} = 225$  مقدار  $x$  چه قدر است؟

(المپیاد استانی)

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱

(۲۵) ۸۱ برابر  $81 \times 9^5 \times 3^4$  در کدام گزینه زیر است؟

(المپیاد استانی)

(۱)  $9^{19}$  (۲)  $81^9$  (۳)  $3^{27}$  (۴)  $9^{24}$

(۲۶) اگر  $A^B = C$  و  $C^D = A$  باشد، حاصل  $(BD)^{100}$  کدام است؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

(۲۷) حاصل عبارت  $\frac{(-30)^8}{-25^4 \times 4^{11}}$  کدام گزینه‌ی زیر می‌تواند باشد؟  
 (۱)  $\frac{1}{36}$  (۲)  $\frac{1}{-216}$  (۳)  $\frac{1}{4^3}$  (۴)  $-\frac{25}{216}$

(۲۸) اگر  $5^x = 10$  باشد، حاصل  $5^{x-1} + 5^{x+1}$  کدام است؟  
 (۱) ۵۰ (۲) ۲۰ (۳) ۵۲ (۴) صفر

(۲۹) اگر  $2^x = 10$  باشد، حاصل  $8^{x+2}$  کدام گزینه می‌باشد؟  
 (۱) ۳۲۰۰۰ (۲) ۶۴۰۰۰ (۳) ۱۶۰۰۰ (۴) ۱۰۰۰۰

(۳۰)  $x^{5^p}$  با کدام‌یک از گزینه‌های زیر برابر است؟  
 (۱)  $x^{p^5}$  (۲)  $(x^p)^5$  (۳)  $x^{p^5}$  (۴)  $x^{1^p}$

سرفراز و پیروز گام باشید