

# ریاضی پایه هفتم دوره اول متوسطه مقدماتی

تألیف: دپارتمان متوسطه اول مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان

نظارت عالی: علی خزایی

سرشناسه : خزائی، علی، ۱۳۴۸ -  
عنوان و نام پدیدآور : ریاضی پایه هفتم دوره اول متوسطه مقدماتی  
مشخصات نشر : تهران: مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان، ۱۳۹۶.  
مشخصات ظاهری : ۲۵۵ ص؛ ۲۲×۲۹ س.م.  
شابک : 978-600-7903-92-6  
وضعیت فهرست نویسی : فیپای مختصر  
یادداشت : چاپ دوم.  
شماره کتابشناسی ملی : ۴۸۳۲۱۷۷

|           |   |
|-----------|---|
| نام کتاب: | ریاضی پایه هفتم دوره اول متوسطه مقدماتی         |
| تألیف:    | دپارتمان متوسطه اول مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان |
| شابک:     | ۹۷۸-۶۰۰-۷۹۰۳-۹۲-۶                               |
|           | <b>ISBN:978-600-7903-92-6</b>                   |
| نوبت چاپ: | چاپ دوم - ویراست جدید - ۱۳۹۶                    |
| تیراژ:    | ۱۰۰۰ جلد  |

تعداد صفحات: ۲۵۵ صفحه

قیمت: ۲۷۰۰۰ تومان



ناشر: مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان - تلفن مرکز پخش: ۷۵ ۵۵ ۹۵ ۸۸ (۰۲۱)  
فروشگاه دائمی: تهران - میدان انقلاب - خیابان کارگر شمالی - نرسیده به بلوار کشاورز - پلاک ۱۵۴۷ - طبقه دوم - واحد ۳۳

حق چاپ برای کانون ریاضیدانان زمان محفوظ است.  
کپی برداری و تکثیر هر قسمت از کتاب بدون اجازه کتبی از کانون ریاضیدانان زمان پیگرد قانونی دارد.

## پیش‌گفتار

گسترده‌گی و تعمیق دانش ریاضی از سویی و کاربرد وسیع آن در سایر علوم به حدی است که این علم مادر همه علوم لقب گرفته است. وسعت کاربرد این دانش در علوم مختلف از جمله علوم مهندسی، علوم کشاورزی، علوم انسانی، علوم پزشکی، علوم کامپیوتر و ... بر اهمیت فراگیری آن از سوی دانش‌آموزان، دانش‌پژوهان و دانشجویان می‌افزاید. البته یادگیری ریاضیات را می‌توان به دو منظور خلاصه کرد. ضمن تحقق اهداف کاربردی آن و رفع نیازهای زندگی روزمره، باعث پرورش توانایی‌های ذهنی، تقویت قدرت تفکر منطقی، ایجاد و تقویت نظام فکری، افزایش قدرت طبقه‌بندی مفاهیم و آموخته‌های علمی و خلاصه تقویت قدرت برنامه‌ریزی در همه‌ی امور می‌گردد.

یکی از ابزارهای قدرتمند برای تفهیم مفاهیم ریاضیات، استفاده از منابع آموزشی کمک درسی با نگاهی جدید می‌باشد. کانون ریاضیدانان زمان به‌عنوان جامع‌ترین مرکز تخصصی آموزش، نشر و گسترش علم ریاضی، و با هدف ایجاد علاقه نسبت به درس ریاضی برای عموم و با ارائه‌ی روش‌های نوین آموزشی، اقدام به تألیف و چاپ ۸ عنوان کتاب کمک درسی در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی نموده است. عناوین و توضیحات این کتاب‌ها به شرح زیر است:

**(۱) مجموعه کتاب‌های تابستانه:** این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی مختصر ولی بسیار مفید و آموزنده به همراه نکات کلیدی، با رویکرد مروری بر گذشته و چشم‌اندازی به آینده (بخشی مربوط به مطالب سال‌های تحصیلی گذشته و بخشی نیز مربوط به سال تحصیلی آینده) است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در فصل تابستان مطالعه شوند.

**(۲) مجموعه کتاب‌های مقدماتی:** این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی در سطح مقدماتی براساس مطالب کتاب‌های درسی آموزش و پرورش، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی مطالعه شوند.

**(۳) مجموعه کتاب‌های پیشرفته:** این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی در سطح پیشرفته و گسترده در ادامه‌ی مطالب کتاب‌های مقدماتی، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی و کتاب مقدماتی مطالعه شوند.

**(۴) مجموعه کتاب‌های جامع:** این کتاب‌ها در مقطع متوسطه دوم (دبیرستان) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی از سطح مقدماتی تا سطح پیشرفته براساس مطالب کتاب‌های درسی آموزش و پرورش، ارائه‌ی مثال‌های متنوع از سطح مقدماتی تا سطح پیشرفته همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب، سؤالات تشریحی بدون پاسخ و سؤالات چهارگزینه‌ای همراه با پاسخ کلیدی و شگفتی‌های ریاضی در پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی مطالعه شوند.

۵) **مجموعه کتاب‌های تیزهوشان:** این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) جهت آمادگی دانش‌آموزان پایه‌ی ششم ابتدایی و پایه‌ی نهم متوسطه اول (راهنمایی) برای آزمون ورودی مدارس تیزهوشان، نمونه دولتی و برتر کشور در قالب درسنامه‌ی تستی همراه با نکات کلیدی و کاربردی در حل تست‌ها و سؤالات چهارگزینه‌ای با عنوان سنجش و ارزشیابی (۱) و (۲) به تألیف و چاپ رسیده‌اند. مطالعه‌ی این کتاب‌ها به دانش‌آموزان پایه‌های پنجم و ششم در مقطع ابتدایی و دانش‌آموزان پایه‌های هشتم و نهم در مقطع متوسطه اول (راهنمایی) پیشنهاد می‌گردد.

۶) **مجموعه کتاب‌های موضوعی:** این کتاب‌ها بیش‌تر جنبه‌ی تخصصی مباحث ریاضی مقطع متوسطه دوم (دبیرستان) را دارند و شامل درسنامه‌ی کامل، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، نکات مهم و کاربردی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل می‌باشند. این کتاب‌ها اطلاعات دانش‌آموزان را در مباحث مختلف ریاضی مقطع دبیرستان افزایش می‌دهند و باعث تقویت علمی آن‌ها در درس ریاضی و رفع ضعف‌های آن‌ها می‌شوند.

۷) **مجموعه کتاب‌های یکی من، یکی تو:** این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها به این صورت است که یک سؤال همراه با روش حل (یکی من) توسط مؤلف طراحی شده و به دنبال آن، یک سؤال بدون حل (یکی تو) به دانش‌آموز واگذار شده است. سؤالات «یکی من» و «یکی تو» تقریباً مشابه یک‌دیگر هستند و طراحی آن‌ها کاملاً هوشمندانه و هدفمند است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و به ویژه در ایام امتحانات مطالعه شوند.

۸) **مجموعه کتاب‌های «تفکر، تمرین، تسلط»:** این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها به این صورت است که هر فصل از کتاب شامل سه بخش تفکر، تمرین و تسلط می‌باشد. در بخش «تفکر» مفاهیم مورد نیاز فصل و همچنین انتظاراتی که از دانش‌آموز می‌رود، به صورت مختصر و مفید بیان شده است؛ در بخش «تمرین» نمونه سؤالات امتحانی متنوعی در دو سطح مقدماتی و پیشرفته در اختیار دانش‌آموز قرار می‌گیرد و در بخش «تسلط» جهت سنجش و ارزشیابی دانش‌آموز، آزمونی از آن فصل به عمل می‌آید. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها همراه با کتاب‌های مقدماتی و پیشرفته مطالعه شوند.

امید است معلمین و مدرسین گرامی و همچنین دانش‌آموزان، دانش‌پژوهان و دانشجویان عزیز، پس از مطالعه‌ی کتاب‌های کانون، نظرات و پیشنهادات خود را منعکس نموده و ما را در ادامه‌ی راه یاری نمایند.

**کانون ریاضیدانان زمان**

**مرکز تخصصی آموزش، نشر و گسترش فرهنگ ریاضی**

«به نام نامی آفریننده نظام هستی»

حضرت محمد (ص):

فقری سخت تر از نادانی و ثروتی بالاتر از خردمندی و عبادتی بالاتر از تفکر نیست.

خداوند بزرگ را سپاس می‌گوییم که نعمت اندیشیدن را به همگان عطا فرمود تا در پرتو آن، انسان مسیر صحیح زیستن را آموخته و به دیگران نیز بیاموزد.

یکی از راهبردهای مهم یادگیری، آموزش دقیق مفاهیم و انجام تمرین‌های متناسب با اصول یادگیری و تکرار آن است. در این راستا، داشتن منبع مناسب برای یادگیری و درک بیش‌تر و همچنین نمونه سؤالات مناسب و متنوع برای تمرین، می‌تواند یکی از عوامل مهم موفقیت در یادگیری و پیشرفت علمی دانش‌آموزان باشد.

کتابی که در مقابل چشمان جستجوگر شما قرار دارد، بر مبنای نظام آموزشی کانون ریاضیدانان زمان و در جهت تکمیل کتاب‌های زنجیروار آن (تابستانه ← مقدماتی ← پیشرفته) که متناسب با مفاهیم و مطالب کتاب درسی ریاضی پایه هفتم دوره اول متوسطه است، همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی به شرح زیر گردآوری شده است:

\* تدریس در سطح مقدماتی با روشی کلاسیک و دسته‌بندی و تشریح کامل مطالب

\* ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب

\* ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با حل تشریحی

\* تمرین‌های پایان هر فصل

دپارتمان متوسطه اول

## فهرست مطالب

| صفحه | عنوان   |
|------|---|
| ۱    | فصل اول: «راهبردهای حل مسئله»                               |
| ۲    | راهبرد رسم شکل  |
| ۳    | راهبرد الگوسازی   |
| ۷    | راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب                                 |
| ۸    | راهبرد الگویابی   |
| ۱۰   | راهبرد حدس و آزمایش   |
| ۱۱   | راهبرد زیرمسئله   |
| ۱۳   | راهبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر                                   |
| ۱۵   | راهبرد روش‌های نمادین                                       |
| ۱۶   | حل برخی مسائل مهم راهبردها                                  |
| ۲۲   | تمرین‌های فصل اول   |
| ۲۳   | فصل دوم: «عددهای صحیح»                                      |
| ۲۴   | معرفی عددهای علامت‌دار                                      |
| ۲۴   | تعریف عدد صحیح  |
| ۲۵   | نمایش عددهای صحیح روی محور                                  |
| ۲۵   | قرینه‌ی عددهای صحیح   |
| ۲۷   | مقایسه‌ی عددهای صحیح  |
| ۲۷   | حرکت‌های محوری  |
| ۲۸   | جمع عددهای صحیح با استفاده از حرکت‌های محوری                |
| ۳۱   | تبدیل تفریق به جمع  |
| ۳۲   | خواص جمع عددهای صحیح  |
| ۳۲   | خاصیت جمع هر عدد صحیح با عدد صفر                            |
| ۳۴   | خاصیت جمع هر عدد صحیح با قرینه‌اش                           |
| ۳۵   | جمع و تفریق عددهای صحیح با استفاده از دایره‌های سفید و سیاه |
| ۴۳   | حل برخی مسائل مهم جمع و تفریق عددهای صحیح                   |
| ۴۶   | جمع و تفریق عددهای صحیح با استفاده از جدول ارزش مکانی       |

|    |  |
|----|--|
| ۴۹ | روش به دست آوردن حاصل جمع و تفریق دو عدد صحیح به صورت تقریبی           |
| ۵۱ | روش به دست آوردن حاصل جمع و تفریق دو عدد صحیح با استفاده از ماشین حساب |
| ۵۲ | حل مثال‌های مهم جمع و تفریق عددهای صحیح                                |
| ۵۴ | ضرب عددهای صحیح  |
| ۵۴ | ضرب عددهای صحیح با استفاده از حرکت‌های محوری                           |
| ۵۶ | ضرب عددهای صحیح بدون استفاده از حرکت‌های محوری                         |
| ۵۷ | تقسیم عددهای صحیح  |
| ۵۷ | تقسیم عددهای صحیح با استفاده از حرکت‌های محوری                         |
| ۵۸ | تقسیم عددهای صحیح بدون استفاده از حرکت‌های محوری                       |
| ۵۹ | حل برخی مسائل مهم ضرب و تقسیم عددهای صحیح                              |
| ۶۲ | تمرین‌های فصل دوم  |
| ۶۳ | <b>فصل سوم: «جبر و معادله»</b>   |
| ۶۴ | الگوهای عددی   |
| ۶۴ | تعریف مدل‌سازی   |
| ۶۶ | جبر  |
| ۶۶ | تعریف متغیر و ضریب متغیر   |
| ۶۶ | مفهوم عبارت جبری   |
| ۶۹ | تعریف عبارت جبری   |
| ۷۰ | تعریف جمله   |
| ۷۰ | تعریف چندجمله‌ای   |
| ۷۳ | اعمال روی عبارت‌های جبری   |
| ۷۳ | جمع و تفریق عبارت‌های جبری   |
| ۷۵ | ضرب یک عدد در یک جمله  |
| ۷۶ | ضرب یک عدد در یک عبارت جبری  |
| ۷۶ | ساده کردن عبارت‌های جبری   |
| ۷۸ | مقدار عددی یک عبارت جبری به ازای مقدارهای داده شده                     |
| ۸۰ | حل برخی مثال‌های مهم عبارت‌های جبری                                    |
| ۸۳ | معادله   |

|     |                                     |
|-----|-------------------------------------|
| ۸۳  | تعریف معادله                        |
| ۸۳  | روش‌های حل معادله                   |
| ۸۳  | روش حدس و آزمایش                    |
| ۸۵  | روش جبری                            |
| ۸۶  | خواص یک معادله                      |
| ۸۷  | درستی جواب یک معادله                |
| ۸۷  | حل برخی مسائل به کمک معادله         |
| ۹۰  | تمرین‌های فصل سوم                   |
| ۹۱  | <b>فصل چهارم: «هندسه و استدلال»</b> |
| ۹۲  | هندسه و استدلال                     |
| ۹۲  | خط                                  |
| ۹۲  | انواع خط                            |
| ۹۲  | خط راست                             |
| ۹۳  | خط شکسته                            |
| ۹۳  | خط خمیده                            |
| ۹۴  | نیم خط                              |
| ۹۴  | پاره خط                             |
| ۹۵  | اندازه یا طول یک پاره خط            |
| ۹۶  | مقایسه‌ی پاره خط‌ها                 |
| ۹۷  | روابط بین پاره خط‌ها                |
| ۹۹  | جمع و تفریق پاره خط‌ها              |
| ۱۰۲ | نسبت بین پاره خط‌ها                 |
| ۱۰۶ | زاویه                               |
| ۱۰۶ | نام‌گذاری زاویه‌ها                  |
| ۱۰۶ | انواع زاویه                         |
| ۱۰۸ | دو زاویه‌ی متقابل به رأس            |
| ۱۱۰ | زاویه‌های متمم                      |
| ۱۱۱ | زاویه‌های مکمل                      |



|     |   |
|-----|---|
| ۱۱۵ | ..... مثلث  |
| ۱۱۷ | ..... چندضلعی‌ها  |
| ۱۱۷ | ..... چندضلعی‌های محدب (کوژ)                            |
| ۱۱۸ | ..... چندضلعی‌های مقعر (کاو)                            |
| ۱۱۸ | ..... چندضلعی‌های منتظم                                 |
| ۱۱۹ | ..... تبدیلات هندسی                                     |
| ۱۱۹ | ..... انتقال و تقارن                                    |
| ۱۲۰ | ..... دوران   |
| ۱۲۲ | ..... شکل‌های مساوی (هم‌نهشت)                           |
| ۱۲۷ | ..... تمرین‌های فصل چهارم                               |
| ۱۲۹ | ..... <b>فصل پنجم: «شمارنده‌ها و اعداد اول»</b>         |
| ۱۳۰ | ..... مفهوم شمارنده                                     |
| ۱۳۱ | ..... تعریف شمارنده‌های یک عدد (مقسوم‌علیه‌های یک عدد)  |
| ۱۳۲ | ..... عدد اول   |
| ۱۳۴ | ..... شمارنده‌های اول یک عدد                            |
| ۱۳۵ | ..... نمودار درختی                                      |
| ۱۳۸ | ..... کاربرد شمارنده‌ها در ساده کردن کسرها              |
| ۱۳۹ | ..... حل برخی مثال‌های مهم شمارنده‌ها                   |
| ۱۴۱ | ..... بزرگ‌ترین شمارنده‌ی مشترک دو عدد (ب.م.م)          |
| ۱۴۱ | ..... روش‌های تعیین ب.م.م دو عدد                        |
| ۱۴۱ | ..... روش نوشتن شمارنده‌های دو عدد                      |
| ۱۴۳ | ..... روش تجزیه‌ی دو عدد به شمارنده‌های اول             |
| ۱۴۷ | ..... مضرب‌های یک عدد                                   |
| ۱۴۸ | ..... مضرب‌های صحیح یک عدد                              |
| ۱۴۹ | ..... کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد (ک.م.م)               |
| ۱۴۹ | ..... روش‌های تعیین ک.م.م دو عدد                        |
| ۱۴۹ | ..... روش نوشتن مضرب‌های دو عدد                         |
| ۱۵۰ | ..... روش تجزیه‌ی دو عدد به شمارنده‌های اول             |
| ۱۵۵ | ..... کاربرد ک.م.م دو عدد در محاسبه‌ی مخرج مشترک دو کسر |

|     |  |
|-----|--|
| ۱۵۷ | تمرین‌های فصل پنجم                         |
| ۱۵۹ | <b>فصل ششم: «سطح و حجم»</b>                |
| ۱۶۰ | حجم  |
| ۱۶۰ | انواع حجم‌ها                               |
| ۱۶۰ | حجم‌های هندسی                              |
| ۱۶۰ | حجم‌های غیرهندسی                           |
| ۱۶۰ | مطالب مربوط به حجم‌های منشوری              |
| ۱۶۰ | تعاریف مهم                                 |
| ۱۶۴ | محاسبه‌ی حجم‌های منشوری                    |
| ۱۷۰ | مساحت جانبی منشور                          |
| ۱۷۲ | مساحت جانبی استوانه                        |
| ۱۷۳ | ساختن حجم‌های منشوری به کمک گسترده‌ی آن‌ها |
| ۱۷۴ | مساحت کل منشور                             |
| ۱۷۵ | مساحت کل استوانه                           |
| ۱۷۵ | حجم و سطح                                  |
| ۱۷۶ | حل برخی مثال‌های مهم سطح و حجم             |
| ۱۷۹ | تمرین‌های فصل ششم                          |
| ۱۸۱ | <b>فصل هفتم: «توان و جذر»</b>              |
| ۱۸۲ | مفهوم عدد توان‌دار                         |
| ۱۸۲ | تعریف پایه و توان                          |
| ۱۸۸ | تجزیه‌ی یک عدد به شمارنده‌های اول          |
| ۱۸۹ | مجذور (مربع) یک عدد                        |
| ۱۹۰ | مکعب یک عدد                                |
| ۱۹۰ | حل برخی مثال‌های مهم توان                  |
| ۱۹۲ | محاسبه‌ی مقدار عددی عبارت‌های توان‌دار     |
| ۱۹۴ | الگوهای توانی                              |
| ۱۹۷ | گسترده‌ی توانی یک عدد                      |
| ۱۹۸ | استفاده از ماشین حساب در توان‌رسانی        |
| ۱۹۸ | ساده کردن عبارت‌های توان‌دار               |
| ۱۹۸ | ضرب عددهای توان‌دار با پایه‌های مساوی      |
| ۲۰۰ | ضرب عددهای توان‌دار با توان‌های مساوی      |

|            |   |
|------------|---|
| ۲۰۳        | ..... جذر و ریشه  |
| ۲۰۳        | ..... مفهوم جذر   |
| ۲۰۵        | ..... انواع جذر   |
| ۲۰۵        | ..... جذر کامل  |
| ۲۰۵        | ..... جذر تقریبی  |
| ۲۰۷        | ..... روش محاسبه‌ی جذر تقریبی یک عدد                    |
| ۲۰۹        | ..... کاربرد جذر در حل برخی مسائل                       |
| ۲۱۰        | ..... تمرین‌های فصل هفتم                                |
| <b>۲۱۱</b> | <b>..... فصل هشتم: «بردار و مختصات»</b>                 |
| ۲۱۲        | ..... مفهوم بردار                                       |
| ۲۱۳        | ..... نام‌گذاری بردارها                                 |
| ۲۱۳        | ..... دو بردار قرینه‌ی یکدیگر                           |
| ۲۱۵        | ..... بردار صحیح  |
| ۲۱۷        | ..... جمع متناظر با بردار صحیح                          |
| ۲۱۷        | ..... دو بردار مساوی                                    |
| ۲۲۰        | ..... مختصات  |
| ۲۲۰        | ..... روش پیدا کردن مختصات یک نقطه در دستگاه مختصات     |
| ۲۲۱        | ..... نمایش یک نقطه در دستگاه مختصات                    |
| ۲۲۲        | ..... مختصات یک بردار در دستگاه مختصات                  |
| ۲۲۳        | ..... روش پیدا کردن مختصات یک بردار                     |
| ۲۲۶        | ..... رسم قرینه‌ی یک بردار نسبت به محورها و مبدأ مختصات |
| ۲۲۷        | ..... بردار انتقال                                      |
| ۲۲۹        | ..... جمع متناظر با یک بردار                            |
| ۲۳۲        | ..... جمع مختصات‌ها                                     |
| ۲۳۵        | ..... تمرین‌های فصل هشتم                                |
| <b>۲۳۷</b> | <b>..... فصل نهم: «آمار و احتمال»</b>                   |
| ۲۳۸        | ..... جمع‌آوری و نمایش داده‌ها                          |
| ۲۳۸        | ..... تعریف علم آمار                                    |
| ۲۳۸        | ..... تعریف داده  |
| ۲۳۸        | ..... روش‌های جمع‌آوری اطلاعات                          |
| ۲۳۸        | ..... روش سرشماری                                       |
| ۲۳۹        | ..... روش نمونه‌گیری                                    |

|     |       |                                      |
|-----|-------|--------------------------------------|
| ۲۴۱ | ..... | انواع نمودارها                       |
| ۲۴۱ | ..... | نمودار میله‌ای                       |
| ۲۴۳ | ..... | نمودار خط شکسته                      |
| ۲۴۴ | ..... | نمودار تصویری                        |
| ۲۴۶ | ..... | نمودار دایره‌ای                      |
| ۲۴۸ | ..... | احتمال یا اندازه‌گیری شانس           |
| ۲۴۸ | ..... | مفهوم احتمال                         |
| ۲۴۹ | ..... | روش محاسبه‌ی احتمال رخ دادن یک اتفاق |
| ۲۵۲ | ..... | احتمال تجربی                         |
| ۲۵۵ | ..... | تمرین‌های فصل نهم                    |

# سیمای فصل اول



راهبردهای حل مسئله:

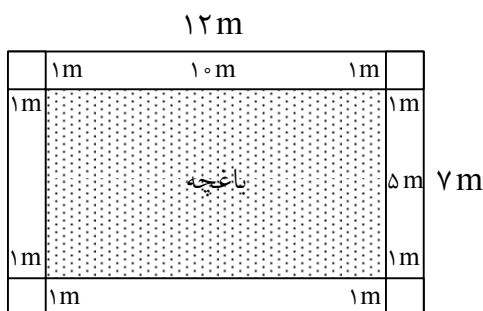
در این فصل، با انواع راهبردهای حل مسئله آشنا می‌شویم که در این خصوص ۸ راهبرد را بیان می‌کنیم:

۱- راهبرد رسم شکل:

کشیدن و رسم یک شکل مناسب در خصوص یک مسئله می‌تواند به حل آن مسئله کمک کند و یا حتی می‌تواند به‌طور کامل آن را حل کند؛ به‌طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. منظور از رسم شکل نقاشی نیست؛ لذا از ترسیم‌های ساده برای درک بهتر و یا حل کردن مسئله می‌توان استفاده کرد. برای درک بیش‌تر این راهبرد، به حل مثال‌های زیر می‌پردازیم:



مثال ۱: یک باغچه مستطیل شکل به طول ۱۰ متر و عرض ۵ متر است. اگر به فاصله‌ی یک متر از لبه‌ی باغچه دور تا دور آن را نرده بکشیم، چند متر نرده احتیاج داریم؟



جواب ابتدا یک مستطیل رسم می‌کنیم؛ سپس دور تا دور آن را به فاصله‌ی یک متر از هر ضلع خط می‌کشیم (یعنی ۲ متر به طول و ۲ متر به عرض مستطیل اضافه می‌شود).

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، یک مستطیل جدید به‌وجود می‌آید که طول و عرض آن ۱۲m و ۷m است. بنابراین محیط مستطیل جدید (نرده) برابر است با:  $(۱۲ + ۷) \times ۲ = ۳۸m$  = محیط نرده



مثال ۲: توپی از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از زمین خوردن، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ از لحظه‌ی رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد، چند متر حرکت کرده است؟

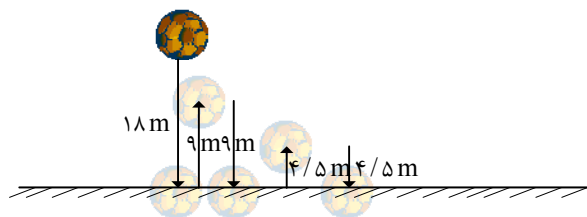


$$\text{برخورد اول: } ۱۸ + ۹ = ۲۷$$

$$\text{برخورد دوم: } ۹ + ۴/۵ = ۱۳/۵$$

$$\text{برخورد سوم: } ۴/۵$$

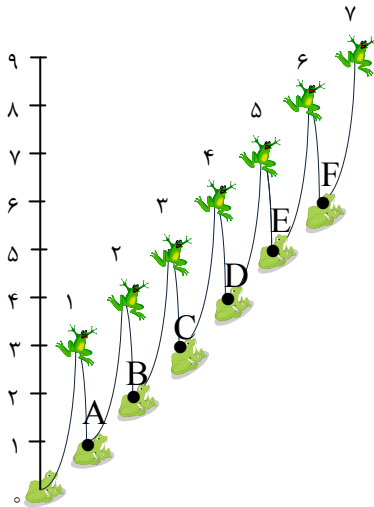
$$\text{مجموع برخوردها: } ۲۷ + ۱۳/۵ + ۴/۵ = ۴۵ \text{ متر}$$



توپ تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد، ۴۵ متر طی کرده است.



**مثال ۳:** قورباغه‌ای می‌خواهد از یک دیوار عمودی بالا برود. او با هر جهش ۳ متر بالا می‌رود و هر بار ۲ متر سُر می‌خورد و پایین می‌آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟



**جواب:** قورباغه با یک بار جهش، ۳ متر بالا می‌رود و ۲ متر سُر می‌خورد. پس در ارتفاع ۱ متری سطح زمین قرار می‌گیرد (نقطه‌ی A). در جهش دوم از مکان A، ۳ متر بالا می‌رود و ۲ متر سُر می‌خورد. پس در ارتفاع ۲ متری سطح زمین قرار می‌گیرد (نقطه‌ی B). در جهش سوم از مکان B، ۳ متر بالا می‌رود و ۲ متر سُر می‌خورد. پس در ارتفاع ۳ متری سطح زمین قرار می‌گیرد (نقطه‌ی C). به همین ترتیب که قورباغه به جهش‌های خود همراه با سُر خوردن ادامه می‌دهد، پس از ۷ بار جهش به بالای دیوار می‌رسد. زیرا در آخرین جهش از ارتفاع ۶ متری به ارتفاع ۹ متری می‌رسد و سُر نمی‌خورد.

## ۲- راهبرد الگوسازی:

در بعضی مسئله‌ها لازم است همه‌ی حالت‌های ممکن را بنویسیم. برای این که حالتی از قلم نیافتد، لازم است آن‌ها را با نظم، الگو و ترتیبی مشخص بنویسیم. الگوسازی کمک می‌کند که مطمئن شویم همه‌ی حالت‌ها را نوشته‌ایم. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همه‌ی پاسخ‌های ممکن را بنویسیم، می‌توانیم از این راهبرد استفاده کنیم.

برای درک بیش‌تر این راهبرد، به حل مثال‌های زیر می‌پردازیم:



**مثال ۴:** دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آن‌ها ۲۴ و حاصل جمع آن‌ها کم‌ترین مقدار ممکن باشد. جدول را با یک نظم و ترتیب کامل بکشید. کوچک‌ترین عدد طبیعی چیست؟ حاصل ضرب آن در چه عددی ۲۴ می‌شود؟ اکنون عدد طبیعی بعدی را در نظر بگیرید و به همین ترتیب عددها را پیدا کنید.



ابتدا کل حالت‌های ممکن را پیدا کرده و در جدول قرار می‌دهیم.

| اولین عدد | دومین عدد | حاصل جمع |
|-----------|-----------|----------|
| ۱         | ۲۴        | ۲۵       |
| ۲         | ۱۲        | ۱۴       |
| ۳         | ۸         | ۱۱       |
| ۴         | ۶         | ۱۰       |

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، کوچک‌ترین عدد طبیعی عدد ۱ است که حاصل ضرب آن در عدد ۲۴ برابر با ۲۴ می‌شود. حاصل جمع دو عدد پیدا شده (۲۴ و ۱) برابر ۲۵ است.

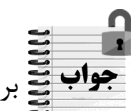
اکنون عدد طبیعی بعدی یعنی عدد ۲ را در نظر می‌گیریم که حاصل ضرب آن در عدد ۱۲ برابر با ۲۴ می‌شود. حاصل جمع دو عدد پیدا شده (۲ و ۱۲) برابر ۱۴ است. عددهای دیگر به دست آمده، (۳ و ۸) و (۴ و ۶) می‌باشند. در بین عددهای به دست آمده، دو عدد (۴ و ۶) کم‌ترین حاصل جمع را دارند که جواب مسئله می‌باشند.



**نکته** ۱: در حل مسئله‌هایی مانند مسئله‌ی بالا، جواب‌های مورد نظر دو عددی می‌باشند که کم‌ترین اختلاف را داشته باشند.



**مثال** ۵: با انگشتان یک دست به ۵ صورت می‌توان عدد ۱ را نشان داد. به چند صورت می‌توان عدد ۲ را نشان داد؟



**جواب** برای انگشت اول، ۴ حالت وجود دارد. یعنی انگشت اول را با ۴ انگشت دیگر می‌توان برای عدد ۲ نشان داد. برای انگشت دوم، ۳ حالت، برای انگشت سوم، ۲ حالت و برای انگشت چهارم ۱ حالت وجود دارد. بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$4 + 3 + 2 + 1 = 10$$



| انگشت پنجم | انگشت چهارم | انگشت سوم | انگشت دوم | انگشت اول |
|------------|-------------|-----------|-----------|-----------|
|            |             |           | ✓         | ✓         |
|            |             | ✓         |           | ✓         |
|            | ✓           |           |           | ✓         |
| ✓          |             |           |           | ✓         |
|            |             | ✓         | ✓         |           |
|            | ✓           |           | ✓         |           |
|            |             |           | ✓         | ✓         |
|            |             | ✓         |           | ✓         |
|            | ✓           |           |           | ✓         |

حالت‌های مختلف نشان دادن عدد ۲ را در جدول بالا مشاهده می‌کنیم.



**مثال** ۶: با سه رقم ۳، ۵ و ۸ تمام عددهای سه رقمی غیر تکراری را بنویسید.





همان طور که در جدول مقابل مشاهده می‌کنیم، عددهای سه رقمی

موردنظر عبارتند از:

$$۳۵۸ - ۳۸۵ - ۵۳۸ - ۵۸۳ - ۸۳۵ - ۸۵۳$$

| یکان | دهگان | صدگان |
|------|-------|-------|
| ۸    | ۵     | ۳     |
| ۵    | ۸     | ۳     |
| ۸    | ۳     | ۵     |
| ۳    | ۸     | ۵     |
| ۵    | ۳     | ۸     |
| ۳    | ۵     | ۸     |



۷: با سکه‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی به چند حالت می‌توان ۵۰۰ تومان درست کرد؟



| تعداد سکه‌های ۵۰ تومانی | تعداد سکه‌های ۱۰۰ تومانی | طریقه‌ی ساختن ۵۰۰ تومان                 |
|-------------------------|--------------------------|---|
| ۰                       | ۵                        | $(۰ \times ۵۰) + (۵ \times ۱۰۰) = ۵۰۰$  |
| ۲                       | ۴                        | $(۲ \times ۵۰) + (۴ \times ۱۰۰) = ۵۰۰$  |
| ۴                       | ۳                        | $(۴ \times ۵۰) + (۳ \times ۱۰۰) = ۵۰۰$  |
| ۶                       | ۲                        | $(۶ \times ۵۰) + (۲ \times ۱۰۰) = ۵۰۰$  |
| ۸                       | ۱                        | $(۸ \times ۵۰) + (۱ \times ۱۰۰) = ۵۰۰$  |
| ۱۰                      | ۰                        | $(۱۰ \times ۵۰) + (۰ \times ۱۰۰) = ۵۰۰$ |

همان طور که مشاهده می‌کنیم، تعداد کل حالت‌ها برابر با ۶ است.



۸: طول و عرض مستطیلی را بیابید که محیط آن ۴۸ سانتی‌متر باشد و مساحت آن بیش‌ترین مقدار ممکن باشد.



مجموع طول و عرض  $۴۸ \div ۲ = ۲۴$

| طول | عرض | مساحت |
|-----|-----|-------|
| ۲۳  | ۱   | ۲۳    |
| ۲۲  | ۲   | ۴۴    |
| ۲۱  | ۳   | ۶۳    |
| ۲۰  | ۴   | ۸۰    |
| ۱۹  | ۵   | ۹۵    |
| ۱۸  | ۶   | ۱۰۸   |
| ۱۷  | ۷   | ۱۱۹   |
| ۱۶  | ۸   | ۱۲۸   |
| ۱۵  | ۹   | ۱۳۵   |
| ۱۴  | ۱۰  | ۱۴۰   |
| ۱۳  | ۱۱  | ۱۴۳   |
| ۱۲  | ۱۲  | ۱۴۴   |

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، در بین حالت‌های نوشته شده، بیش‌ترین مساحت عدد ۱۴۴ است که مربوط به مستطیلی است که طول و عرض آن ۱۲ و ۱۲ می‌باشد (یعنی مربع است). بنابراین مستطیل موردنظر، مستطیلی است که طول و عرض آن ۱۲ و ۱۲ می‌باشد. همچنین با توجه به نکته ۱ نیز می‌توانیم به جواب موردنظر دست یابیم.

**مثال** ۹: با عددهای ۲، ۹، ۶ و ۳ چند عدد چهار رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

**جواب** هریک از عددهای چهار رقمی را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

|   |   |   |      |
|---|---|---|------|
| ی | د | ص | ی هـ |
|---|---|---|------|

برای خانه‌ی مربوط به (ی هـ) چهار حالت وجود دارد؛ یعنی هریک از چهار رقم می‌توانند در این خانه قرار بگیرند. برای خانه‌ی مربوط به (ص) سه حالت وجود دارد. زیرا تکرار ارقام مجاز نمی‌باشد و یکی از ارقام در خانه (ی هـ) مورد استفاده قرار گرفته است. به همین ترتیب برای خانه‌ی (د) دو حالت و برای خانه‌ی (ی) یک حالت وجود دارد. بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

|   |   |   |      |
|---|---|---|------|
| ی | د | ص | ی هـ |
| ۱ | ۲ | ۳ | ۴    |

$$\rightarrow 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

**مثال** ۱۰: علی ۴ کت و ۳ شلوار دارد. او چند دست کت و شلوار می‌تواند بپوشد؟

**جواب** هریک از کت‌ها و شلوارها را به‌صورت زیر نام‌گذاری می‌کنیم:

کت‌ها:  $a, b, c, d$

شلوارها:  $x, y, z$

برای هریک از کت‌ها (مثلاً  $a$ ) ۳ شلوار وجود دارد (شلوارهای  $Z, Y, X$ )؛ یعنی ۳ دست کت و شلوار ست می‌شود. برای کت‌های  $b, c$  و  $d$  نیز ۳ شلوار وجود دارد. بنابراین تعداد کل دست‌های کت و شلوار برابر است با:

$$4 \times 3 = 12$$

### ۳- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب:

با توجه به شرایط و اطلاعات مسئله می‌توانیم حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذاریم تا با حذف آن‌ها پاسخ مسئله و یا همان حالت‌های مطلوب به دست آیند. برای پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن می‌توانیم از راهبرد الگوسازی استفاده کنیم. بدین صورت که ابتدا فهرستی از تمام حالت‌های نامطلوب را به دست می‌آوریم، سپس با توجه به شرایط بیان شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف می‌کنیم.

برای درک بیشتر تر این راهبرد، به حل مثال‌های زیر می‌پردازیم:



**مثال ۱۱:** مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آن‌ها ۷۰ سال است. سن بزرگ‌ترین نفر چه قدر است؟ ابتدا با راهبردهای الگوسازی همه‌ی حالت‌هایی را که ضرب سه عدد طبیعی برابر ۷۰ می‌شود، بنویسید. به این جدول چه ستونی باید اضافه کنید تا حالت‌های نامطلوب حذف و فقط حالت مطلوب باقی بماند؟

| سن نفر سوم | سن نفر دوم | سن نفر اول |
|------------|------------|------------|
|            |            |            |



به این جدول باید ستون «حاصل جمع سن‌ها» اضافه شود. بنابراین داریم:

|            | حاصل جمع سن‌ها | سن نفر سوم | سن نفر دوم | سن نفر اول |
|------------|----------------|------------|------------|------------|
| حالت اول   | ۷۲             | ۷۰         | ۱          | ۱          |
| حالت دوم   | ۳۸             | ۳۵         | ۲          | ۱          |
| حالت سوم   | ۲۰             | ۱۴         | ۵          | ۱          |
| حالت چهارم | ۱۸             | ۱۰         | ۷          | ۱          |
| حالت پنجم  | ۱۴             | ۷          | ۵          | ۲          |

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، ۵ حالت وجود دارد که حاصل ضرب سه عدد برابر ۷۰ می‌شود. از بین این حالت‌ها، حالت‌های اول تا چهارم، حالت‌های نامطلوب هستند که حذف می‌شوند. زیرا حاصل جمع آن‌ها برابر ۱۴ نیست و تنها حالت مطلوب و جواب مسئله حالت پنجم است که حاصل ضرب سه عدد ۲، ۵ و ۷ برابر ۷۰ و حاصل جمع آن‌ها برابر ۱۴ است.



**مثال ۱۲:** دوست شما یک عدد حسابی کوچک‌تر از ۱۰۰ را در نظر گرفت. شما باید با طرح چند سؤال، عدد موردنظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما بله و خیر بگوید. چگونه می‌توان عدد موردنظر را پیدا کرد. در واقع از ۰ تا ۹۹، ۱۰۰ عدد وجود دارد که فقط یکی مطلوب و موردنظر است و باقی‌مانده نامطلوب‌اند. با این توضیح کدام‌یک از سؤال‌های زیر مناسب‌تر است؟ چرا؟

(۱) آیا عدد موردنظر شما ۲۷ است؟

(۲) آیا عدد موردنظر شما زوج است؟

(۳) آیا عدد موردنظر شما یک رقمی است؟

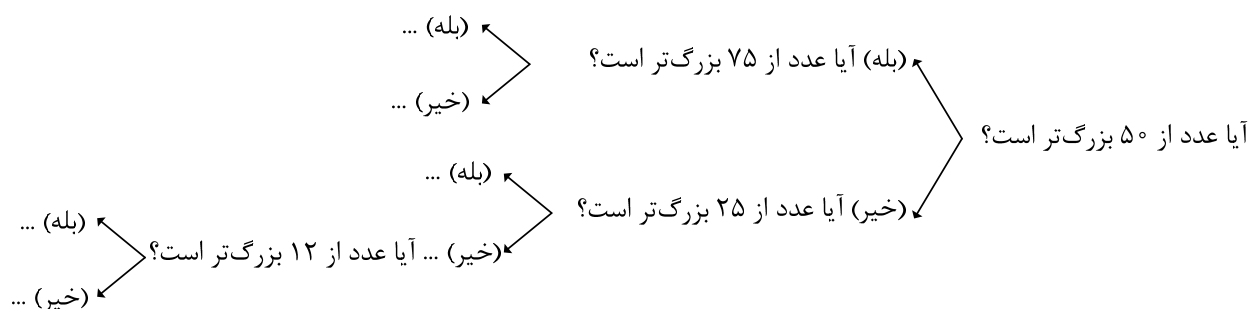
(۴) آیا عدد موردنظر شما از ۵۰ بزرگتر است؟

با توجه به پاسخی که به سؤال‌های بالا دادید، یک روش طرح سؤال همراه با نظم و ترتیب بیان کنید که بتوان با پرسیدن آن‌ها به عدد موردنظر رسید.



سؤال‌های شماره‌ی (۲)، (۳) و (۴) مناسب هستند. یکی از راه‌حل‌ها این است که هر بار تعداد عددها را نصف

کنیم و به این ترتیب با حذف عددهای نادرست به عدد درست نزدیک شویم. به‌عنوان مثال:



#### ۴- راهبرد الگویابی:

در حل برخی مسئله‌ها ممکن است از الگو یا رابطه‌ی خاصی بین اعداد یا شکل‌ها استفاده کنیم. در این حالت ممکن است با دو نوع الگوی عددی یا هندسی مواجه شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود در بین الگوهای عددی و هندسی کمک می‌کند تا بتوانیم خواسته‌ی مسئله را پاسخ دهیم.

برای درک بیشتر این راهبرد، به حل مثال‌های زیر می‌پردازیم:



مثال ۱۳: سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطه‌ی بین عددها را توضیح دهید.

الف) ۱, ۴, ۷, ۱۰, ۱۳, ...



همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، فاصله‌ی هر دو عدد متوالی برابر ۳ است و اعداد در حال افزایش هستند. بنابراین

۱, ۴, ۷, ۱۰, ۱۳, ۱۶, ۱۹, ۲۲

داریم:

ب) ۱, ۴, ۹, ۱۶, ...



همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، هریک از عددهای داده شده، از ضرب عددهای ۱, ۲, ۳, ۴, ... در خودش

۱, ۴, ۹, ۱۶, ۲۵, ۳۶, ۴۹

به‌دست آمده‌اند. بنابراین داریم:

ج) ۶۴, ۳۲, ۱۶, ۸, ...



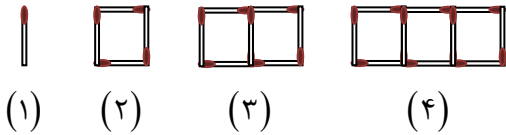
همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، هریک از عددهای داده شده، از تقسیم عدد قبلی بر عدد ۲ به‌دست آمده‌اند.

۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲، ۶۴

بنابراین داریم:



۱۴: شکل دهم با چند چوب‌کبریت ساخته می‌شود؟ چرا؟



تعداد چوب‌کبریت‌ها در هریک از شکل‌ها به‌صورت زیر است:

۱، ۴، ۷، ۱۰

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم تعداد چوب‌کبریت‌ها در هر مرحله، به اندازه‌ی ۳ واحد در حال افزایش است. اگر به همین ترتیب ادامه دهیم، تعداد چوب‌کبریت‌ها در شکل دهم برابر ۲۸ خواهد بود. یعنی:

۱، ۴، ۷، ۱۰، ۱۳، ۱۶، ۱۹، ۲۲، ۲۵، ۲۸

همچنین می‌توانیم به این صورت بیان کنیم که تعداد چوب‌کبریت‌ها از مضرب‌های طبیعی عدد ۳، دو واحد کم‌تر است.

شکل (۱)      شکل (۲)      شکل (۳)      شکل (۴)

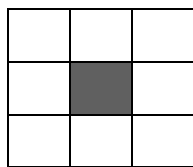
$3 \times 1 - 2$  ،  $3 \times 2 - 2$  ،  $3 \times 3 - 2$  ،  $3 \times 4 - 2$  ، ...

بنابراین تعداد چوب‌کبریت‌های شکل دهم برابر است با:

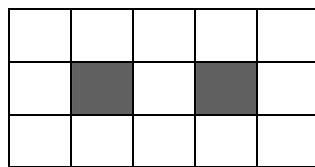
$$3 \times 10 - 2 = 28$$



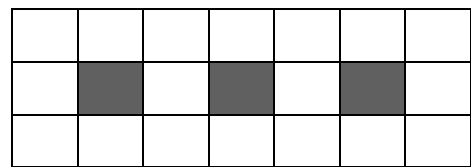
۱۵: اگر شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شماره‌ی (۶) رنگی است؟



(۱)



(۲)



(۳)



کسر مربوط به هریک از شکل‌ها به‌صورت زیر است:

$$\frac{1}{9}, \frac{2}{15}, \frac{3}{21}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، صورت کسرها به اندازه‌ی یک واحد و مخرج آن‌ها به اندازه‌ی ۶ واحد در حال افزایش است. اگر به همین ترتیب ادامه دهیم، کسر مربوط به شکل شماره‌ی (۶) برابر  $\frac{۶}{۳۹}$  خواهد بود. یعنی:

$$\frac{۱}{۹}, \frac{۲}{۱۵}, \frac{۳}{۲۱}, \frac{۴}{۲۷}, \frac{۵}{۳۳}, \frac{۶}{۳۹}$$

### ۵- راهبرد حدس و آزمایش:

در برخی مواقع برای حل یک مسئله ممکن است روش و راه‌حل مستقیمی وجود نداشته باشد و یا رسیدن به جواب طولانی و دشوار باشد. در این صورت می‌توانیم با یک روش مناسب، منطقی و منظم، پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنیم، سپس با توجه به شرایط بیان شده در مسئله، حدس خود را بررسی کنیم و با توجه به نتیجه‌ی به‌دست آمده، حدس بعدی را بزنیم تا کم‌کم به پاسخ مسئله نزدیک شویم. برای نشان دادن حدس‌ها و آزمایش‌های خود، باید راه‌حل مناسبی پیدا کنیم. برای درک بیشتر این راهبرد، به حل مثال‌های زیر می‌پردازیم:

**مثال** ۱۶: ۲۰ دستگاه دوچرخه و سه‌چرخه در یک پارکینگ وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آن‌ها ۴۵ عدد باشد،

چند دوچرخه و چند سه‌چرخه در پارکینگ وجود دارد؟

| تعداد دوچرخه | تعداد سه‌چرخه | بررسی آزمایش |
|--------------|---------------|--------------|
|              |               |              |

در حدس اول تعداد دوچرخه‌ها را ۱۰ و تعداد سه‌چرخه‌ها را هم ۱۰ در نظر بگیرید. با کامل کردن ردیف اول جدول، حدس خود را بررسی و آزمایش کنید. با توجه به نتیجه‌ی بررسی، باید تعداد سه‌چرخه‌ها را بیش‌تر کرد یا دوچرخه‌ها را؟

**جواب** بررسی آزمایش را براساس تعداد کل چرخ‌ها در نظر می‌گیریم. در ردیف اول اگر تعداد دوچرخه‌ها و تعداد سه‌چرخه‌ها را برابر ۱۰ در نظر بگیریم، تعداد کل چرخ‌ها برابر ۵۰ خواهد بود که قابل قبول نمی‌باشد. با توجه به این نتیجه، تعداد دوچرخه‌ها را باید بیش‌تر کنیم. انتخاب و حدس صحیح این است که تعداد دوچرخه‌ها را ۱۵ و تعداد سه‌چرخه‌ها را ۵ در نظر بگیریم.

| تعداد دوچرخه‌ها | تعداد سه‌چرخه‌ها | مجموع چرخ‌ها | بررسی آزمایش                          |
|-----------------|------------------|--------------|---------------------------------------|
| ۱۰              | ۱۰               | ۵۰           | باید از سه‌چرخه‌ها کم کنیم. $۵۰ > ۴۵$ |
| ۱۲              | ۸                | ۴۸           | باید از سه‌چرخه‌ها کم کنیم. $۴۸ > ۴۵$ |
| ۱۳              | ۷                | ۴۷           | باید از سه‌چرخه‌ها کم کنیم. $۴۷ > ۴۵$ |
| ۱۴              | ۶                | ۴۶           | باید از سه‌چرخه‌ها کم کنیم. $۴۶ > ۴۵$ |
| ۱۵              | ۵                | ۴۵           | جواب مسئله است. $۴۵ = ۴۵$             |

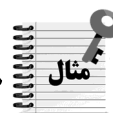
**مثال** ۱۷: دو زاویه متمم یکدیگراند. یکی از این دو زاویه از سه برابر دیگری ۱۰ درجه بیش‌تر است. اندازه‌ی هر دو

زاویه را پیدا کنید.



همان طور که مشاهده می‌کنیم، در ردیف آخر، دو زاویه  $۲۰^\circ$  و  $۷۰^\circ$  مکمل یکدیگراند و زاویه  $۷۰^\circ$  از سه برابر زاویه  $۲۰^\circ$ ،  $۱۰$  درجه بیش‌تر است.

| زاویه اول | زاویه دوم | مجموع دو زاویه | بررسی آزمایش                                      |
|-----------|-----------|----------------|---|
| ۱۰        | ۴۰        | ۵۰             | باید زاویه را بزرگ‌تر کنیم. $۵۰ < ۹۰ \rightarrow$ |
| ۱۲        | ۴۶        | ۵۸             | باید زاویه را بزرگ‌تر کنیم. $۵۸ < ۹۰ \rightarrow$ |
| ۱۵        | ۵۵        | ۷۰             | باید زاویه را بزرگ‌تر کنیم. $۷۰ < ۹۰ \rightarrow$ |
| ۱۸        | ۶۴        | ۸۲             | باید زاویه را بزرگ‌تر کنیم. $۸۲ < ۹۰ \rightarrow$ |
| ۲۰        | ۷۰        | ۹۰             | جواب مسئله است. $۹۰ = ۹۰ \rightarrow$             |



$$3 \times \square + 10 = 31$$

مثال ۱۸: به جای  $\square$  چه عددی می‌توان قرار داد؟

به جای  $\square$  عددهای مختلفی را حدس بزنید، از عدد  $۱۰$  شروع کنید.



| $\square$ | $3 \times \square$ | $3 \times \square + 10$ | بررسی آزمایش                                    |
|-----------|--------------------|-------------------------|---|
| ۱۰        | ۳۰                 | ۴۰                      | باید عدد را کوچک‌تر کنیم. $۴۰ > ۳۱ \rightarrow$ |
| ۹         | ۲۷                 | ۳۷                      | باید عدد را کوچک‌تر کنیم. $۳۷ > ۳۱ \rightarrow$ |
| ۸         | ۲۴                 | ۳۴                      | باید عدد را کوچک‌تر کنیم. $۳۴ > ۳۱ \rightarrow$ |
| ۷         | ۲۱                 | ۳۱                      | جواب مسئله است. $۳۱ = ۳۱ \rightarrow$           |

همان طور که مشاهده می‌کنیم، عدد موردنظر برابر ۷ است.

### ۶- راهبرد زیرمسئله:

در برخی مواقع، ممکن است با مسئله‌ی پیچیده‌ای مواجه شویم. در این حالت می‌توان مسئله‌ی پیچیده و چند مرحله‌ای را به مسئله‌ی ساده‌تر و مرحله به مرحله تبدیل کنیم.

برای حل، فهرستی از این زیرمسئله‌ها را می‌نویسیم، سپس به ترتیب به آن‌ها پاسخ می‌دهیم. اگر ترتیب زیرمسئله‌ها را درست تشخیص داده باشیم، حل هر زیرمسئله به حل مسئله‌ی بعدی کمک می‌کند تا در نهایت به خواسته‌ی اصلی مسئله برسیم.

برای درک بیش‌تر این راهبرد، به حل مثال‌های زیر می‌پردازیم:



مثال ۱۹: پس‌انداز هفتگی محمد  $۳۰۰۰$  تومان است. او حساب کرد ۵ هفته پس‌انداز او، نصف قیمت کیفی است که

دوست دارد بخرد. قیمت کیف چه قدر است؟



برای حل، زیرمسئله‌های این مسئله را بیان کرده و به آن‌ها پاسخ می‌دهیم:

الف) پس انداز ۵ هفته چه قدر می شود؟

$$۵ \times ۳۰۰۰ = ۱۵۰۰۰ \quad \text{پس انداز ۵ هفته (تومان)}$$

ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چه قدر است؟

$$۱۵۰۰۰ \times ۲ = ۳۰۰۰۰ \quad \text{قیمت کیف (تومان)}$$



۲۰: طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۱۲، ۶ و ۳ متر است. می خواهند کف و دیوارهای این استخر را رنگ کنند. اگر برای هر مترمربع ۳/۰ کیلوگرم رنگ لازم باشد، برای رنگ کردن استخر چند کیلوگرم رنگ لازم است؟



برای حل، زیرمسئله های این مسئله را بیان کرده و به آنها پاسخ می دهیم.

الف) مساحت دیوارهای استخر چه قدر است؟

$$\text{مترمربع } ۱۰۸ = ۳ \times [(۱۲ + ۶) \times ۲] = \text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} = \text{مساحت دیوارها}$$

ب) مساحت کف استخر چه قدر است؟

$$\text{مترمربع } ۷۲ = ۱۲ \times ۶ = \text{عرض} \times \text{طول} = \text{مساحت کف}$$

ج) کل مساحتی که باید رنگ شود، چه قدر است؟

$$۱۰۸ + ۷۲ = ۱۸۰ \quad \text{مترمربع}$$

د) اگر برای هر مترمربع ۳/۰ کیلوگرم رنگ لازم باشد، برای رنگ کردن استخر چند کیلوگرم رنگ لازم است؟

$$۱۸۰ \times ۰/۳ = ۵۴ \quad \text{کیلوگرم}$$



۲۱: میوه فروشی، امروز ۴۰ کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۵۰۰ تومان و ۸۰ کیلوگرم پرتقال به قیمت هر کیلوگرم ۱۵۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را ۳۰۰۰ تومان و هر کیلوگرم پرتقال را ۲۰۰۰ تومان فروخت. این میوه فروش از این کار خود چه قدر سود برده است؟



برای حل، زیرمسئله های زیر را بیان کرده و به آنها پاسخ می دهیم.

الف) قیمت خرید سیب چه قدر است؟

$$۴۰ \times ۲۵۰۰ = ۱۰۰۰۰۰ \quad \text{قیمت خرید سیب (تومان)}$$

ب) قیمت خرید پرتقال چه قدر است؟

$$۸۰ \times ۱۵۰۰ = ۱۲۰۰۰۰ \quad \text{قیمت خرید پرتقال (تومان)}$$

ج) قیمت کل خرید میوه فروش را حساب کنید.

$$۱۰۰۰۰۰ + ۱۲۰۰۰۰ = ۲۲۰۰۰۰ \quad \text{قیمت خرید کل (تومان)}$$



د) قیمت فروش سیب چه قدر است؟

$$40 \times 3000 = 120000 \quad \text{قیمت فروش سیب (تومان)}$$

ه) قیمت فروش پرتقال چه قدر است؟

$$80 \times 2000 = 160000 \quad \text{قیمت فروش پرتقال (تومان)}$$

و) قیمت کل فروش میوه فروش را حساب کنید.

$$120000 + 160000 = 280000 \quad \text{قیمت فروش کل (تومان)}$$

ز) مقدار سود این میوه فروش را به دست آورید.

$$\text{مقدار سود (تومان)} = 280000 - 220000 = 60000 = \text{قیمت خرید} - \text{قیمت فروش} = \text{مقدار سود}$$

### ۷- راهبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر:

برای حل برخی از مسئله‌ها، ابتدا مسئله‌ی ساده‌تر و مرتبط با آن را حل می‌کنیم، سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله‌ی ساده شده، جواب مسئله‌ی اصلی را به دست می‌آوریم. برای ساده کردن مسئله می‌توان از عددهای تقریبی یا عددهای کوچک‌تر استفاده کرد. برای نتیجه‌گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله‌ی اصلی از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم و الگوی کشف شده در مسئله‌ی ساده را به مسئله‌ی اصلی مرتبط می‌کنیم.

برای درک بیشتر این راهبرد، به حل مثال‌های زیر می‌پردازیم:



مثال ۲۲: قطر خورشید  $1392530$  کیلومتر و قطر کره‌ی زمین  $12756/6$  کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند

برابر قطر کره‌ی زمین است؟

برای ساده‌تر شدن مسئله بهتر است از عددهای تقریبی استفاده کنید.

$$1392530 \approx 1000000$$

خلاصه‌ی مسئله‌ی ساده شده را بنویسید و پاسخ دهید.

$$12756/6 \approx$$



جواب برای حل این مسئله، ابتدا هر یک از عددهای مربوط به قطر خورشید و قطر کره‌ی زمین را تقریب می‌زنیم، سپس

قطر خورشید را بر قطر کره‌ی زمین تقسیم می‌کنیم.

$$1392530 \approx 1000000$$

$$\Rightarrow 1000000 \div 10000 = 100 \quad \text{برابر}$$

$$12756/6 \approx 10000$$

اکنون با این روش می‌توانیم جواب دقیق‌تر را به دست آوریم:

$$1392530 \div 12756/6 \approx 109 \quad \text{برابر}$$

مثال ۲۳: حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}$$

به جای حل کردن عبارت بالا ابتدا ساده شده‌ی این مسئله را پاسخ دهید.  
در پاسخ چه الگو و رابطه‌ای تشخیص می‌دهید که به کمک آن بتوانید پاسخ مسئله‌ی اصلی را بدون محاسبه بنویسید.

جواب ابتدا مسئله را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4+2+1}{8} = \frac{7}{8}$$

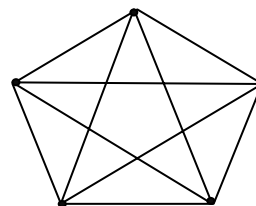
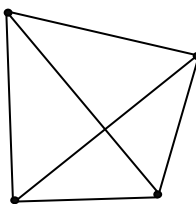
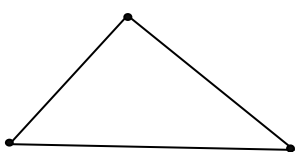
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{8+4+2+1}{16} = \frac{15}{16}$$

با مقایسه‌ی این دو حاصل جمع درمی‌یابیم که حاصل عبارت داده شده، همواره کسری است که مخرج آن مساوی مخرج کسر آخر و صورت آن یک واحد کم‌تر از مخرج آن است. بنابراین:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$$

مثال ۲۴: اگر ۱۰ نقطه که روی یک خط نیستند را دوبه‌دو به هم وصل کنیم، چند پاره‌خط به وجود می‌آید؟

تعداد پاره‌خطها در واقع مجموع تعداد ضلع‌ها و تعداد قطر‌هاست.  
یک الگو پیدا کنید و برای ۱۰ نقطه نتیجه‌گیری کنید.



روش اول: اگر با ۳ نقطه شروع کنیم تا به ۱۰ نقطه برسیم، تعداد پاره‌خطها به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{array}{cccccc} 3 & 6 & 10 & 15 & 21 & \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ +3 & +4 & +5 & +6 & +7 & \end{array}$$

در این الگوی عددی، رابطه‌ی دقیقی وجود دارد که فاصله‌ی هر دو عدد متوالی، یک واحد یک واحد زیاد می‌شود. الگوی بالا را براساس حاصل جمع تعداد ضلع‌ها و تعداد قطر‌ها می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$3+0, \quad 4+2, \quad 5+5, \quad 6+9, \quad 7+14, \dots$$

اگر به همین ترتیب ادامه دهیم، تعداد پاره‌خطها با ۱۰ نقطه برابر است با:

$$۳۵ + ۱۰ = ۴۵ = \text{تعداد قطرها} + \text{تعداد ضلعها}$$

**روش دوم:** با کمی دقت به تعداد پاره‌خطها درمی‌یابیم که اگر تعداد نقطه‌ها را در یکی کمتر از آن ضرب کرده و سپس حاصل را نصف کنیم، تعداد پاره‌خطها به دست می‌آید:

به‌عنوان مثال:  $\frac{۳ \times ۲}{۲} = ۳$  ،  $\frac{۴ \times ۳}{۲} = ۶$  ،  $\frac{۵ \times ۴}{۲} = ۱۰$  ، ...

بنابراین با داشتن ۱۰ نقطه، تعداد پاره‌خطها برابر است با:

$$\frac{۱۰ \times ۹}{۲} = ۴۵$$

### ۸- راهبرد روش‌های نمادین:

بسیاری از مسئله‌ها را می‌توان به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کرد. از فصل سوم به بعد از این راهبرد برای حل برخی مسائل می‌توانیم استفاده کنیم. در برخی از مسئله‌ها نیز ممکن است از مدل‌سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی به‌شمار می‌رود.

برای درک بیشتر این راهبرد به حل مثال‌های زیر می‌پردازیم:

**مثال ۲۵:** احمد ۳۰۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چه قدر



است؟

متن این مسئله را می‌توانید با تساوی مقابل نشان دهید.

$$۴ \times \square + ۲۰۰۰ = ۳۰۰۰۰$$

مربع نشان‌دهنده‌ی چه چیزی است؟

اکنون می‌توانید عددی را که باید در مربع قرار گیرد، حدس بزنید و آزمایش کنید.



مربع نشان‌دهنده‌ی قیمت هر دفتر است. حدس‌های زیر را بررسی می‌کنیم:

$$۴ \times \boxed{۵۰۰۰} + ۲۰۰۰ = ۲۲۰۰۰$$

$$۴ \times \boxed{۶۰۰۰} + ۲۰۰۰ = ۲۶۰۰۰$$

$$۴ \times \boxed{۷۰۰۰} + ۲۰۰۰ = ۳۰۰۰۰$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، با فرض این که قیمت هر دفتر برابر ۷۰۰۰ تومان باشد، تساوی برقرار خواهد بود.

**مثال ۲۶:** فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه



داشته باشد، فاطمه به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟



در تساوی زیر، مربع را تعداد صفحات مطالعه شده در هر ساعت در نظر می‌گیریم: یعنی:

$$6 \times \square + 10 = 100$$

حدس‌های زیر را بررسی می‌کنیم:

$$6 \times 10 + 10 = 70$$

$$6 \times 12 + 10 = 82$$

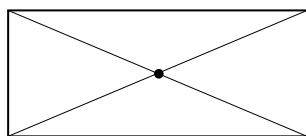
$$6 \times 14 + 10 = 94$$

$$6 \times 15 + 10 = 100$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، با فرض این‌که فاطمه به‌طور متوسط در هر ساعت ۱۵ صفحه مطالعه کرده است، تساوی برقرار خواهد بود.



**مثال ۲۷:** یک سالن مستطیل شکل است. می‌خواهند در مکانی از سقف این سالن دریچه‌ی کولر قرار دهند به‌طوری که از ۴ گوشه‌ی آن به یک اندازه باشد. محل دریچه را تعیین کنید.



**جواب:** اگر محل دریچه را محل تقاطع قطرهای مستطیل در نظر بگیریم، از ۴ گوشه به یک اندازه خواهد بود.

**حل برخی مسائل مهم راهبردها:**



**مثال ۲۸:**  $\frac{1}{3}$  دانش‌آموزان کلاسی بسکتبال و  $\frac{1}{5}$  دانش‌آموزان آن کلاس، فوتبال بازی می‌کنند. سایر دانش‌آموزان که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آن‌ها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟



**جواب:** با استفاده از راهبرد زیرمسئله، این مثال را حل می‌کنیم:

الف) چه کسری از دانش‌آموزان این کلاس، بسکتبال و فوتبال بازی می‌کنند؟

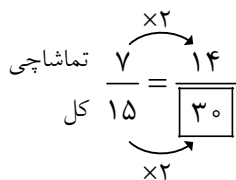
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15}$$

ب) چه کسری از دانش‌آموزان، بازی‌ها را تماشا می‌کنند؟

$$\frac{15}{15} - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$$

ج) تعداد دانش‌آموزان این کلاس چند نفر است؟

با حدس درمی‌یابیم که عدد داخل مربع که تعداد دانش‌آموزان کلاس را نشان می‌دهد، برابر ۳۰ است.



۲۹: مساحت مربعی به ضلع ۱۰۰ سانتی‌متر، ۱ مترمربع است. اگر از ضلع مربع ۱۰ درصد کم کنیم، مساحت

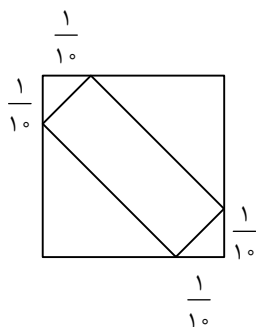
مربع چند درصد کم می‌شود؟



با استفاده از راهبرد رسم شکل، این مثال را حل می‌کنیم:

مربعی به ضلع ۱ متر رسم کرده و هر ضلع آن را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. هر قسمت  $\frac{1}{10}$  ضلع مربع اصلی

است. قسمت باقی‌مانده از هر ضلع  $\frac{9}{10}$  ضلع مربع اصلی است. بنابراین مساحت جدید برابر است با:



$$\frac{9}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{81}{100} = 81\%$$

$$100\% - 81\% = 19\%$$

مساحت مربع ۱۹٪ کم می‌شود.



۳۰: کشاورزی زمین خود را به نسبت‌های زیر بذرپاشی کرده است:

گندم: ۴۵٪      جو: ۳۷/۵٪      ذرت: ۱۷/۵٪

اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذر را حساب کنید.



با استفاده از راهبرد زیرمسئله، این مثال را حل می‌کنیم:

مترمربع  $15 \times 10000 = 150000$

الف) مساحت زمین برحسب مترمربع چه قدر است؟

$$\frac{45}{100} = \frac{67500}{150000}$$

$\xrightarrow{\times 1500}$  (top arrow)  
 $\xrightarrow{\times 1500}$  (bottom arrow)

ب) مساحت زیر کشت گندم چند مترمربع است؟

$$\frac{37/5}{100} = \frac{56250}{150000}$$

$\xrightarrow{\times 1500}$  (top arrow)  
 $\xrightarrow{\times 1500}$  (bottom arrow)

ج) مساحت زیر کشت جو چند مترمربع است؟

$$\frac{17/5}{100} = \frac{26250}{150000}$$

$\xrightarrow{\times 1500}$  (top arrow)  
 $\xrightarrow{\times 1500}$  (bottom arrow)

د) مساحت زیر کشت ذرت چند مترمربع است؟

مثال ۳۱: حاصل عبارت زیر را پیدا کنید.



$$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \dots \times 1\frac{1}{100}$$

با استفاده از راهبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر، این مثال را حل می‌کنیم:



ابتدا مسئله را ساده‌تر می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \\ 1\frac{1}{3} = \frac{4}{3} \\ 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{2}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم مخرج کسر اول و صورت کسر آخر باقی می‌ماند.

اکنون مسئله‌ی اصلی را حل می‌کنیم:

$$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \dots \times 1\frac{1}{100} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{101}{100} = \frac{101}{2}$$



**مثال ۳۲:** در یک کارگاه تولید کفش ۴۹۶۰ جفت کفش تولید شده است.  $\frac{3}{8}$  آن‌ها پسرانه و بقیه دخترانه است. اگر قیمت هر جفت کفش پسرانه ۲۷۰۰۰ تومان و قیمت هر جفت کفش دخترانه ۳۴۰۰۰ تومان باشد، درآمد این کارگاه چه قدر است؟



**جواب** با استفاده از راهبرد زیرمسئله، این مثال را حل می‌کنیم:

الف) درآمد کفش‌های پسرانه این کارگاه چه قدر است؟

$$\frac{3}{8} \times 4960 = 1860 \quad \text{تعداد جفت کفش‌های پسرانه}$$

$$1860 \times 27000 = 50220000 \quad \text{قیمت کل کفش‌های پسرانه (تومان)}$$

ب) درآمد کفش‌های دخترانه این کارگاه چه قدر است؟

$$4960 - 1860 = 3100 \quad \text{تعداد جفت کفش‌های دخترانه}$$

$$3100 \times 34000 = 105400000 \quad \text{قیمت کل کفش‌های دخترانه (تومان)}$$

ج) درآمد کل این کارگاه را حساب کنید.

$$5220000 + 105400000 = 1059220000 \quad \text{درآمد کل کارگاه (تومان)}$$



**مثال ۳۳:** سارا یک بازی روی صفحه‌ی شطرنجی انجام می‌دهد. مهره‌ی او روی نقطه‌ی  $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  است. او ابتدا مهره‌اش را ۳ خانه به سمت راست، سپس ۴ خانه به سمت بالا و در انتها ۲ خانه به سمت چپ آورد. در حال حاضر مهره‌ی سارا روی کدام نقطه قرار دارد؟

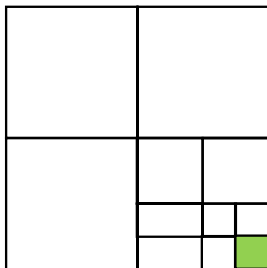


**جواب** با استفاده از راهبرد حدس و آزمایش، این مثال را حل می‌کنیم:

با حدس درمی‌یابیم که اگر از نقطه‌ی  $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، ۳ خانه به سمت راست و ۴ خانه به سمت بالا حرکت کنیم، به نقطه‌ی  $\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$  می‌رسیم و اگر از این نقطه ۲ خانه به سمت چپ حرکت کنیم، به نقطه‌ی  $\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$  می‌رسیم.



**مثال ۳۴:** چه کسری از شکل مقابل رنگی است؟ توضیح دهید.



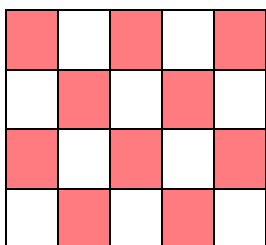


با استفاده از راهبرد حدس و آزمایش، این مثال را حل می‌کنیم:

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، مربع اصلی به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده است. پس هریک از قسمت‌ها  $\frac{1}{4}$  مربع اصلی است. یکی از این قسمت‌ها که به شکل مربع می‌باشد، به ۴ قسمت تقسیم شده است. پس هریک از این قسمت‌ها  $\frac{1}{4}$  از  $\frac{1}{4}$  مربع اصلی (یعنی  $\frac{1}{16}$ ) است. یکی از این قسمت‌ها  $\frac{1}{4}$  از  $\frac{1}{16}$  مربع اصلی (یعنی  $\frac{1}{64}$ ) است.



۳۵: اگر دیوارهای یک استخر با طرح زیر کاشی‌کاری شده باشد، چه کسری از دیوار کاشی‌کاری شده است؟



با استفاده از راهبرد حدس و آزمایش، این مثال را حل می‌کنیم:

با دقت در شکل و حدس درمی‌یابیم که نصف شکل، کاشی‌کاری شده است. بنابراین کسر مربوط به قسمت کاشی‌کاری شده  $\frac{1}{2}$  است.



۳۶: به چند حالت حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۳۶ می‌شود؟ در کدام حالت، حاصل جمع کم‌ترین مقدار است؟



با استفاده از راهبرد الگوسازی، این مثال را حل می‌کنیم:

در جدول زیر، تمام حالت‌های ممکن را نوشته و پاسخ مسئله را پیدا می‌کنیم:

| عدد اول | عدد دوم | حاصل جمع |
|---------|---------|----------|
| ۱       | ۳۶      | ۳۷       |
| ۲       | ۱۸      | ۲۰       |
| ۳       | ۱۲      | ۱۵       |
| ۴       | ۹       | ۱۳       |
| ۶       | ۶       | ۱۲       |

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، ۵ حالت وجود دارد و در حالتی که هر دو عدد برابر ۶ است، کم‌ترین حاصل جمع را دارند.





۳۷: عددی را ۵ برابر کرده و ۳ واحد از آن کم کردیم، حاصل ۳۲ شد. عدد موردنظر چیست؟



با استفاده از راهبرد روش‌های نمادین، این مثال را حل می‌کنیم:

$$5 \times \square - 3 = 32$$

این مثال را به صورت تساوی مقابل می‌نویسیم:

$$5 \times 6 - 3 = 27$$

اکنون با حدس، عدد موردنظر را پیدا می‌کنیم:

$$5 \times 7 - 3 = 32$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، اگر عدد موردنظر را برابر ۷ در نظر بگیریم، تساوی برقرار خواهد شد.



۱- زهرا  $\frac{1}{3}$  پولش را مداد و  $\frac{1}{4}$  باقی مانده را دفتر خرید و ۲۴۰۰ تومان برایش باقی ماند. زهرا چه قدر پول داشته است؟ (به کمک راهبرد رسم شکل)

۲- از سه برابر عددی ۴ واحد کم کردیم؛ حاصل برابر ۱۱ شد. آن عدد چیست؟ (به کمک راهبرد روش‌های نمادین)

۳- حاصل جمع سه عدد طبیعی ۲۲ و حاصل ضرب آن‌ها ۸۰ می‌باشد. آن سه عدد را بیابید. (به کمک راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب)

۴- تعداد قطره‌های یک هفت‌ضلعی را به دست آورید. (به کمک راهبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر)

۵- حاصل عبارت زیر را بیابید. (به کمک راهبرد زیرمسئله)

$$= (7 + 4 \times 3 \div 2) - (24 \div 6 \times 5 - 16)$$



دانش‌آموزان عزیز، برای حل تمرین‌های بیش‌تر می‌توانید به کتاب «تفکر، تمرین، تسلط» مراجعه نمایید.