

ریاضی پایه هشتم دوره اول متوسطه مقدماتی

تألیف: دپارتمان متوسطه اول مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان

نظارت عالی: علی خزایی

عنوان و نام پدیدآور : ریاضی پایه هشتم دوره اول متوسطه: مقدماتی
 وضعیت ویراست : ویراست ۲.
 مشخصات نشر : تهران: مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان، ۱۳۹۶.
 مشخصات ظاهری : ۲۶۴ ص؛ ۲۲×۲۹ س.م.
 شابک : 978-600-7903-93-3
 وضعیت فهرست نویسی : فیپای مختصر
 یادداشت : چاپ دوم.
 شناسه افزوده : خزائی، علی، ۱۳۴۸ -
 شناسه افزوده : کانون ریاضیدانان زمان
 شماره کتابشناسی ملی : ۴۸۳۲۲۰۹

نام کتاب:	ریاضی پایه هشتم دوره اول متوسطه مقدماتی
تألیف:	دپارتمان متوسطه اول مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان
شابک:	۹۷۸-۶۰۰-۷۹۰۳-۹۳-۳
	ISBN:978-600-7903-93-3
نوبت چاپ:	چاپ دوم - ویراست جدید - ۱۳۹۶
تیراژ:	۱۰۰۰ جلد

تعداد صفحات: ۲۶۴ صفحه

قیمت: ۲۸۰۰۰ تومان



ناشر: مؤسسه کانون ریاضیدانان زمان - تلفن مرکز پخش: ۷۵ ۵۵ ۹۵ ۸۸ (۰۲۱)

فروشگاه دائمی: تهران - میدان انقلاب - خیابان کارگر شمالی - نرسیده به بلوار کشاورز - پلاک ۱۵۴۷ - طبقه دوم - واحد ۳۳

حق چاپ برای کانون ریاضیدانان زمان محفوظ است.

کپی برداری و تکثیر هر قسمت از کتاب بدون اجازه کتبی از کانون ریاضیدانان زمان پیگرد قانونی دارد.

پیش‌گفتار

گسترده‌گی و تعمیق دانش ریاضی از سویی و کاربرد وسیع آن در سایر علوم به حدی است که این علم مادر همه علوم لقب گرفته است. وسعت کاربرد این دانش در علوم مختلف از جمله علوم مهندسی، علوم کشاورزی، علوم انسانی، علوم پزشکی، علوم کامپیوتر و ... بر اهمیت فراگیری آن از سوی دانش‌آموزان، دانش‌پژوهان و دانشجویان می‌افزاید. البته یادگیری ریاضیات را می‌توان به دو منظور خلاصه کرد. ضمن تحقق اهداف کاربردی آن و رفع نیازهای زندگی روزمره، باعث پرورش توانایی‌های ذهنی، تقویت قدرت تفکر منطقی، ایجاد و تقویت نظام فکری، افزایش قدرت طبقه‌بندی مفاهیم و آموخته‌های علمی و خلاصه تقویت قدرت برنامه‌ریزی در همه‌ی امور می‌گردد.

یکی از ابزارهای قدرتمند برای تفهیم مفاهیم ریاضیات، استفاده از منابع آموزشی کمک درسی با نگاهی جدید می‌باشد. کانون ریاضیدانان زمان به‌عنوان جامع‌ترین مرکز تخصصی آموزش، نشر و گسترش علم ریاضی، و با هدف ایجاد علاقه نسبت به درس ریاضی برای عموم و با ارائه‌ی روش‌های نوین آموزشی، اقدام به تألیف و چاپ ۸ عنوان کتاب کمک درسی در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی نموده است. عناوین و توضیحات این کتاب‌ها به شرح زیر است:

(۱) مجموعه کتاب‌های تابستانه: این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی مختصر ولی بسیار مفید و آموزنده به همراه نکات کلیدی، با رویکرد مروری بر گذشته و چشم‌اندازی به آینده (بخشی مربوط به مطالب سال‌های تحصیلی گذشته و بخشی نیز مربوط به سال تحصیلی آینده) است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در فصل تابستان مطالعه شوند.

(۲) مجموعه کتاب‌های مقدماتی: این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی در سطح مقدماتی براساس مطالب کتاب‌های درسی آموزش و پرورش، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی مطالعه شوند.

(۳) مجموعه کتاب‌های پیشرفته: این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی در سطح پیشرفته و گسترده در ادامه‌ی مطالب کتاب‌های مقدماتی، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی و کتاب مقدماتی مطالعه شوند.

(۴) مجموعه کتاب‌های جامع: این کتاب‌ها در مقطع متوسطه دوم (دبیرستان) تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها در قالب درسنامه‌ی بسیار کامل همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی از سطح مقدماتی تا سطح پیشرفته براساس مطالب کتاب‌های درسی آموزش و پرورش، ارائه‌ی مثال‌های متنوع از سطح مقدماتی تا سطح پیشرفته همراه با پاسخ تشریحی، ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب، سؤالات تشریحی بدون پاسخ و سؤالات چهارگزینه‌ای همراه با پاسخ کلیدی و شگفتی‌های ریاضی در پایان هر فصل است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و همراه با کتاب درسی مطالعه شوند.

۵) **مجموعه کتاب‌های تیزهوشان:** این کتاب‌ها در مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (راهنمایی) جهت آمادگی دانش‌آموزان پایه‌ی ششم ابتدایی و پایه‌ی نهم متوسطه اول (راهنمایی) برای آزمون ورودی مدارس تیزهوشان، نمونه دولتی و برتر کشور در قالب درسنامه‌ی تستی همراه با نکات کلیدی و کاربردی در حل تست‌ها و سؤالات چهارگزینه‌ای با عنوان سنجش و ارزشیابی (۱) و (۲) به تألیف و چاپ رسیده‌اند. مطالعه‌ی این کتاب‌ها به دانش‌آموزان پایه‌های پنجم و ششم در مقطع ابتدایی و دانش‌آموزان پایه‌های هشتم و نهم در مقطع متوسطه اول (راهنمایی) پیشنهاد می‌گردد.

۶) **مجموعه کتاب‌های موضوعی:** این کتاب‌ها بیش‌تر جنبه‌ی تخصصی مباحث ریاضی مقطع متوسطه دوم (دبیرستان) را دارند و شامل درسنامه‌ی کامل، ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با پاسخ تشریحی، نکات مهم و کاربردی در جهت تکمیل مطالب و تمرین‌های بدون پاسخ پایان هر فصل می‌باشند. این کتاب‌ها اطلاعات دانش‌آموزان را در مباحث مختلف ریاضی مقطع دبیرستان افزایش می‌دهند و باعث تقویت علمی آن‌ها در درس ریاضی و رفع ضعف‌های آن‌ها می‌شوند.

۷) **مجموعه کتاب‌های یکی من، یکی تو:** این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها به این صورت است که یک سؤال همراه با روش حل (یکی من) توسط مؤلف طراحی شده و به دنبال آن، یک سؤال بدون حل (یکی تو) به دانش‌آموز واگذار شده است. سؤالات «یکی من» و «یکی تو» تقریباً مشابه یک‌دیگر هستند و طراحی آن‌ها کاملاً هوشمندانه و هدفمند است. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها در طول سال تحصیلی و به ویژه در ایام امتحانات مطالعه شوند.

۸) **مجموعه کتاب‌های «تفکر، تمرین، تسلط»:** این کتاب‌ها در کلیه‌ی مقاطع تحصیلی تألیف شده‌اند. نحوه‌ی نگارش آن‌ها به این صورت است که هر فصل از کتاب شامل سه بخش تفکر، تمرین و تسلط می‌باشد. در بخش «تفکر» مفاهیم مورد نیاز فصل و همچنین انتظاراتی که از دانش‌آموز می‌رود، به صورت مختصر و مفید بیان شده است؛ در بخش «تمرین» نمونه سؤالات امتحانی متنوعی در دو سطح مقدماتی و پیشرفته در اختیار دانش‌آموز قرار می‌گیرد و در بخش «تسلط» جهت سنجش و ارزشیابی دانش‌آموز، آزمونی از آن فصل به عمل می‌آید. پیشنهاد می‌گردد این کتاب‌ها همراه با کتاب‌های مقدماتی و پیشرفته مطالعه شوند.

امید است معلمین و مدرسین گرامی و همچنین دانش‌آموزان، دانش‌پژوهان و دانشجویان عزیز، پس از مطالعه‌ی کتاب‌های کانون، نظرات و پیشنهادات خود را منعکس نموده و ما را در ادامه‌ی راه یاری نمایند.

کانون ریاضیدانان زمان

مرکز تخصصی آموزش، نشر و گسترش فرهنگ ریاضی

«به نام نامی آفریننده نظام هستی»

حضرت محمد (ص):

فقری سخت تر از نادانی و ثروتی بالاتر از خردمندی و عبادتی بالاتر از تفکر نیست.

خداوند بزرگ را سپاس می‌گوییم که نعمت اندیشیدن را به همگان عطا فرمود تا در پرتو آن، انسان مسیر صحیح زیستن را آموخته و به دیگران نیز بیاموزد.

یکی از راهبردهای مهم یادگیری، آموزش دقیق مفاهیم و انجام تمرین‌های متناسب با اصول یادگیری و تکرار آن است. در این راستا، داشتن منبع مناسب برای یادگیری و درک بیش‌تر و همچنین نمونه سؤالات مناسب و متنوع برای تمرین، می‌تواند یکی از عوامل مهم موفقیت در یادگیری و پیشرفت علمی دانش‌آموزان باشد.

کتابی که در مقابل چشمان جستجوگر شما قرار دارد، بر مبنای نظام آموزشی کانون ریاضیدانان زمان و در جهت تکمیل کتاب‌های زنجیروار آن (تابستانه ← مقدماتی ← پیشرفته) که متناسب با مفاهیم و مطالب کتاب درسی ریاضی پایه هشتم دوره اول متوسطه است، همراه با آموزش دقیق مفاهیم ریاضی به شرح زیر گردآوری شده است:

* تدریس در سطح مقدماتی با روشی کلاسیک و دسته‌بندی و تشریح کامل مطالب

* ارائه‌ی نکات مهم و کلیدی در جهت تکمیل مطالب

* ارائه‌ی مثال‌های متنوع همراه با حل تشریحی

* تمرین‌های پایان هر فصل

دپارتمان متوسطه اول

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

۱	فصل اول: «عددهای صحیح و گویا»
۲	یادآوری عددهای صحیح
۲	قرینه‌ی عددهای صحیح
۳	نمایش عددهای صحیح روی محور
۴	مقایسه‌ی عددهای صحیح
۵	حرکت‌های محوری
۵	جمع عددهای صحیح با استفاده از حرکت‌های محوری
۶	تبدیل تفریق به جمع
۷	خواص جمع عددهای صحیح
۱۱	ضرب عددهای صحیح
۱۲	تقسیم عددهای صحیح
۱۷	عددهای گویا
۱۷	تعریف عدد گویا
۱۸	نمایش عددهای گویا روی محور
۲۱	قرینه‌ی عدد گویا
۲۲	تساوی عددهای گویا
۲۶	مقایسه‌ی عددهای گویا
۲۹	روش یافتن چند عدد گویا بین دو عدد صحیح متوالی
۳۱	روش یافتن چند عدد گویا بین دو عدد گویا
۳۲	علامت یک عدد گویا
۳۴	نمایش محوری عددهای گویا
۳۴	جمع و تفریق عددهای گویا با استفاده از حرکت‌های محوری
۳۶	محاسبه‌ی حاصل تفریق دو عدد گویا با استفاده از روش تبدیل تفریق به جمع
۳۹	جمع و تفریق عددهای گویا بدون استفاده از حرکت‌های محوری
۳۹	روش مختصرنویسی
۴۴	ضرب عددهای گویا

۴۶ معکوس عددهای گویا
۴۹ تقسیم عددهای گویا
۵۳ طبقه‌بندی کسرها
۵۴ حل برخی مسائل مهم عددهای گویا
۵۷ تمرین‌های فصل اول

۵۹ فصل دوم: «عددهای اول»

۶۰ یادآوری عددهای اول
۶۰ شمارنده‌های یک عدد
۶۰ نکات مهم شمارنده‌ها
۶۱ عدد اول
۶۱ شمارنده‌های اول یک عدد
۶۲ تجزیه‌ی یک عدد به شمارنده‌های اول آن با استفاده از نمودار درختی
۶۴ عدد مرکب
۶۵ دسته‌بندی عددهای طبیعی
۶۶ یادآوری ب.م.م و ک.م.م
۶۷ نکات مهم ب.م.م و ک.م.م
۶۸ دو عدد نسبت به هم اول (دو عدد متباین)
۶۹ تعیین عددهای اول به روش غربال
۷۲ روش تعیین اول یا مرکب بودن یک عدد
۷۳ تمرین‌های فصل دوم

۷۵ فصل سوم: «چندضلعی‌ها»

۷۶ چندضلعی‌ها
۷۶ تعریف چندضلعی
۷۶ تعریف چندضلعی منتظم
۷۶ انواع چندضلعی‌ها
۷۶ چندضلعی‌های محدب (کوژ)
۷۷ چندضلعی‌های مقعر (کاو)
۷۷ مرکز تقارن

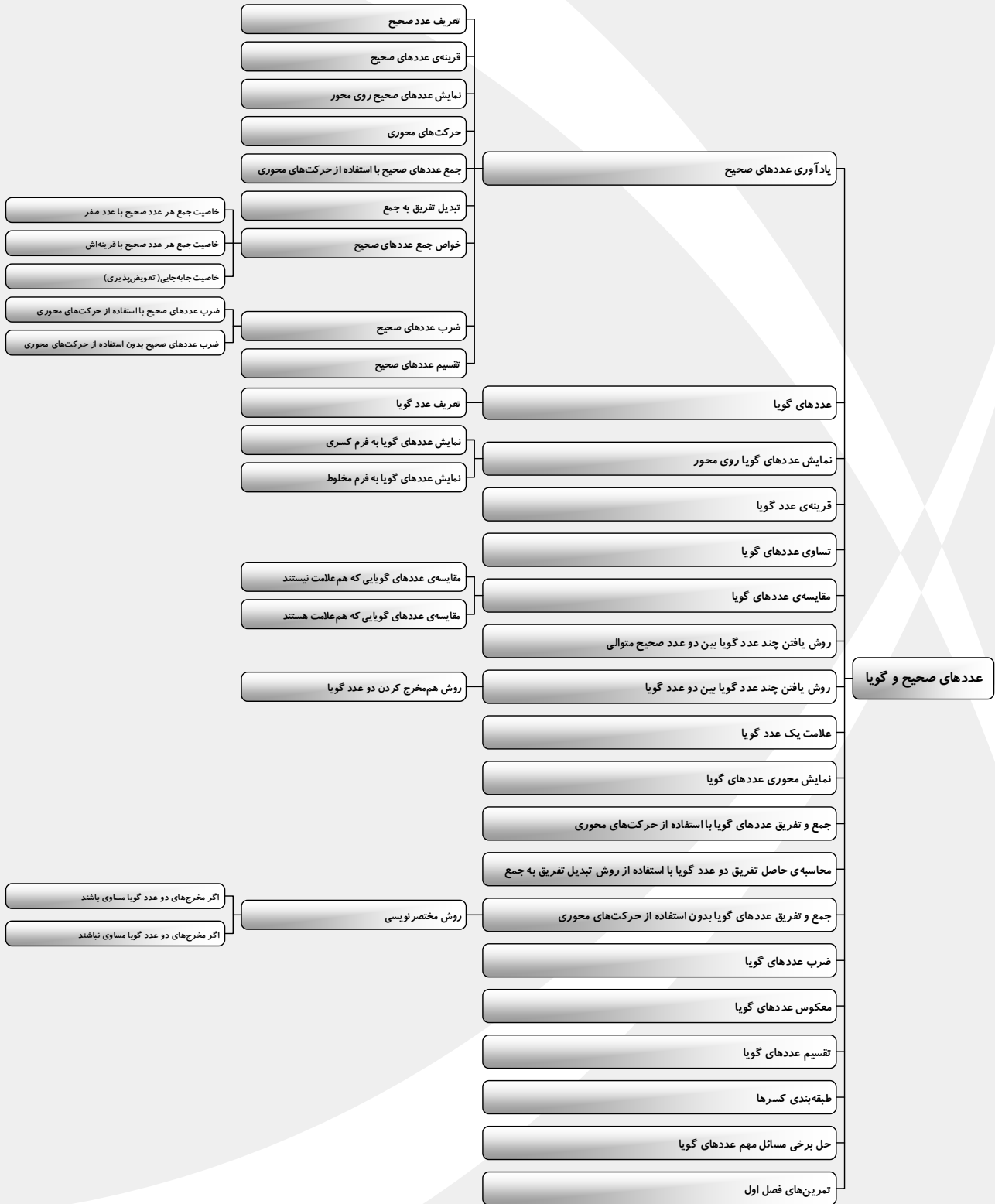
۷۸ روش تشخیص مرکز تقارن یک شکل
۷۹ محور تقارن
۸۱ روش تشخیص محور تقارن یک شکل
۸۱ توازی
۸۲ قضیه‌های خطوط موازی و مورب
۸۶ تعامد
۸۷ اصول اقلیدس
۸۸ چهارضلعی‌ها
۸۸ انواع چهارضلعی‌ها
۸۸ متوازی‌الاضلاع
۸۸ مستطیل
۸۹ مربع
۹۰ لوزی
۹۱ دوزنقه
۹۳ زاویه‌های داخلی
۹۴ مجموع زاویه‌های داخلی چندضلعی
۹۵ زاویه‌های خارجی
۹۶ مجموع زاویه‌های خارجی چندضلعی
۹۹ تمرین‌های فصل سوم
۱۰۱ فصل چهارم: «جبر و معادله»
۱۰۲ جبر
۱۰۲ مفهوم عبارت جبری
۱۰۲ تعریف متغیر و ضریب متغیر
۱۰۲ تعریف جمله
۱۰۲ تعریف چندجمله‌ای
۱۰۲ ساده کردن عبارت‌های جبری
۱۰۳ ضرب یک عدد در یک عبارت جبری
۱۰۴ پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری به‌ازای مقدارهای داده شده
۱۰۶ ضرب عبارت‌های جبری
۱۰۹ کاربرد جبر در محاسبه‌ی جمله‌ی n ام یک الگوی عددی

۱۱۱ پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری با استفاده از ماشین ورودی - خروجی
۱۱۵ اثبات‌های مهم عددهای زوج و فرد
۱۱۶ حل برخی مثال‌های مهم جبر
۱۱۸ تجزیه‌ی عبارت‌های جبری
۱۱۹ ساده کردن کسرها با استفاده از تجزیه‌ی عبارت‌های جبری
۱۲۲ معادله
۱۲۲ روش‌های حل معادله
۱۲۲ روش حدس و آزمایش
۱۲۳ روش جبری
۱۲۶ کاربرد معادله در حل برخی مسائل
۱۳۲ تمرین‌های فصل چهارم
۱۳۳ فصل پنجم: «بردار و مختصات»
۱۳۴ مختصات
۱۳۵ بردار انتقال
۱۳۵ مختصات بردار انتقال
۱۳۶ جمع متناظر با بردار انتقال
۱۳۷ تساوی بردارها
۱۳۸ جمع هندسی بردارها
۱۴۱ بردارهای قرینه
۱۴۱ تجزیه‌ی یک بردار
۱۴۱ روش تجزیه‌ی یک بردار
۱۴۲ ضرب عدد در بردار
۱۴۷ معادله‌های مختصاتی
۱۴۸ بردارهای واحد مختصات
۱۵۱ حل برخی مسائل مهم بردار و مختصات
۱۵۸ تمرین‌های فصل پنجم
۱۵۹ فصل ششم: «مثلث»
۱۶۰ رابطه‌ی فیثاغورس
۱۶۰ مفهوم رابطه‌ی فیثاغورس
۱۶۳ حل مثال‌های مهم رابطه‌ی فیثاغورس

۱۷۰ روش رسم پاره‌خطی به طول \sqrt{a}
۱۷۲ شکل‌های هم‌نهشت
۱۷۵ مثلث‌های هم‌نهشت
۱۷۵ حالت‌های هم‌نهشتی دو مثلث
۱۷۷ حل مثال‌های مهم هم‌نهشتی مثلث‌ها
۱۸۲ هم‌نهشتی مثلث‌های قائم‌الزاویه
۱۸۲ حالت‌های هم‌نهشتی مثلث‌های قائم‌الزاویه
۱۸۳ حل مثال‌های مهم هم‌نهشتی مثلث‌های قائم‌الزاویه
۱۸۶ تمرین‌های فصل ششم
۱۸۷ فصل هفتم: «توان و جذر»
۱۸۸ توان
۱۸۸ تعریف عدد توان‌دار
۱۹۰ مجذور (مربع) یک عدد
۱۹۱ مکعب یک عدد
۱۹۱ محاسبه‌ی مقدار عددی عبارت‌های توان‌دار
۱۹۲ قوانین ضرب عددهای توان‌دار
۱۹۵ قانون توان در توان
۱۹۸ محاسبه‌ی مقدار عددی عبارت‌های توان‌دار به‌ازای مقدارهای داده شده
۱۹۹ قوانین تقسیم عددهای توان‌دار
۲۰۴ جذر
۲۰۵ انواع جذر
۲۰۶ روش محاسبه‌ی جذر تقریبی یک عدد
۲۰۶ روش دیگری برای محاسبه‌ی جذر تقریبی یک عدد
۲۰۹ نمایش عددهای رادیکالی روی محور
۲۱۴ خواص ضرب و تقسیم رادیکال‌ها
۲۱۸ تمرین‌های فصل هفتم
۲۱۹ فصل هشتم: «آمار و احتمال»
۲۲۰ علم آمار
۲۲۰ تعریف داده

۲۲۰ دسته‌بندی داده‌ها
۲۲۰ جدول داده‌های آماری
۲۲۵ میانگین داده‌ها
۲۲۸ میانگین جدول داده‌های آماری
۲۲۸ متوسط دسته
۲۲۸ متوسط دسته \times فراوانی
۲۲۸ روش محاسبه‌ی میانگین جدول داده‌های آماری
۲۳۰ احتمال یا اندازه‌گیری شانس
۲۳۱ تعریف پیشامد تصادفی
۲۳۱ فرمول احتمال رخ دادن یک پیشامد
۲۳۶ بررسی حالت‌های ممکن
۲۳۸ اصل ضرب در پیدا کردن تعداد حالت‌های ممکن یک پیشامد ترکیبی
۲۴۱ تمرین‌های فصل هشتم
۲۴۳ فصل نهم: «دایره»
۲۴۴ تعریف دایره
۲۴۴ تعریف وتر دایره
۲۴۴ تعریف قطر دایره
۲۴۴ تعریف کمان دایره
۲۴۵ وضعیت یک نقطه و یک دایره نسبت به هم
۲۴۶ وضعیت یک خط و یک دایره نسبت به هم
۲۵۱ زاویه‌های مرکزی
۲۵۳ تقسیم دایره به کمان‌های مساوی
۲۵۴ روش به‌دست آوردن اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی چندضلعی منتظم
۲۵۵ زاویه‌های محاطی
۲۶۰ حل مسائل مهم دایره‌ها
۲۶۴ تمرین‌های فصل نهم

سیمای فصل اول



یادآوری عددهای صحیح:

در سال گذشته با عددهای صحیح و مطالب مربوط به آن آشنا شدیم. اکنون به یادآوری مطالب گذشته و تکمیل مبحث عددهای صحیح می پردازیم:



هریک از عددهای علامت دار $\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots$ را عدد صحیح می نامند. به عددهای $\dots, +1, +2, +3, \dots$ عددهای صحیح مثبت و به عددهای $\dots, -3, -2, -1, \dots$ عددهای صحیح منفی می گویند.



۱: عددهای صحیح مثبت، همان عددهای طبیعی هستند. به عنوان مثال:

$$+5 = 5, \quad +68 = 68$$



۲: عدد صفر نه مثبت است و نه منفی.

قرینه‌ی عددهای صحیح:

برای نشان دادن قرینه‌ی هر عدد صحیح از علامت منفی (-) استفاده می کنیم که این علامت، هر عدد صحیح مثبت را منفی و هر عدد صحیح منفی را مثبت می کند.



۳: تنها عدد صحیحی که قرینه‌اش با خودش برابر است، عدد صفر است.



۴: قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد صحیح، با خود آن عدد صحیح برابر است.



۱: هر یک از تساوی‌های زیر را کامل کنید.

الف) $+3 =$ قرینه‌ی -3

ب) $-8 =$ قرینه‌ی $+8$

پ) $-14 =$ قرینه‌ی (-14)

ت) $0 =$ قرینه‌ی 0

مثال

۲: طرف دوم هریک از تساوی‌های زیر را کامل کنید.

الف) $-(+67) = -67$

ب) $-(-(-96)) = -96$

پ) $-(-(+29)) = +29$

ت) $-(-(-(-20))) = +20$

مثال

۳: جدول زیر را کامل کنید.

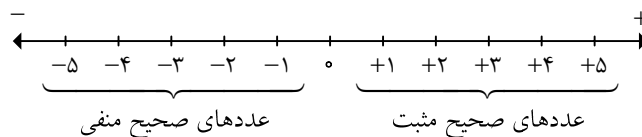
عدد صحیح	-۸		$-(-12)$			۷۳	$-(-(-5))$
قرینه‌ی آن		۲۳		۰	-۹۱۶		

جواب

عدد صحیح	-۸	-۲۳	$\underbrace{-(-12)}_+$	۰	+۹۱۶	۷۳	$\underbrace{-(-(-5))}_-$
قرینه‌ی آن	+۸	۲۳	-۱۲	۰	-۹۱۶	-۷۳	+۵

نمایش عددهای صحیح روی محور:

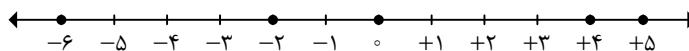
هر عدد صحیح را می‌توان روی محوری به نام محور اعداد صحیح نمایش داد که عدد صفر در وسط آن، عددهای صحیح مثبت در سمت راست عدد صفر و عددهای صحیح منفی در سمت چپ عدد صفر قرار دارند.



مثال

۴: عددهای -۶، +۵، ۰، +۴ و -۲ را روی محور نمایش دهید.

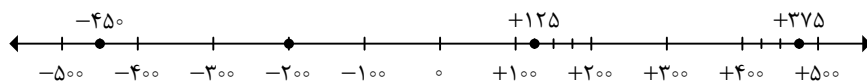
جواب



مثال

۵: عددهای $+۱۲۵$ ، -۲۰۰ ، -۴۵۰ و ۳۷۵ را به صورت تقریبی روی محور نمایش دهید.

جواب



مقایسه‌ی عددهای صحیح:

نکته

۵: هر عدد صحیح مثبت از هر عدد صحیح منفی و همچنین از عدد صفر بزرگ‌تر است.

نکته

۶: عدد صفر از هر عدد صحیح منفی بزرگ‌تر است.

نکته

۷: روی محور عددهای صحیح، هر چه به سمت راست محور حرکت کنیم، عددهای صحیح بزرگ‌تر و هر چه به سمت چپ محور حرکت کنیم، عددهای صحیح کوچک‌تر می‌شوند.

نکته

۸: در مقایسه‌ی عددهای صحیح، اگر دو عدد را روی محور نمایش دهیم، عددی که در سمت چپ عدد دیگر قرار دارد، کوچک‌تر است.

مثال

۶: مقایسه کنید. ($<=>$)

الف) $-۲۰ < -۴۲$

ب) $۰ > -۱۰۰$

پ) $۶۸ > ۰$

ت) $-۳۷ > +۲۲$

ث) $۶ = -(-۶)$

ج) $-۵۳۶ > ۵۳۶$



۹: کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت، عدد ۱ است.



۱۰: بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی، عدد -۱ است.

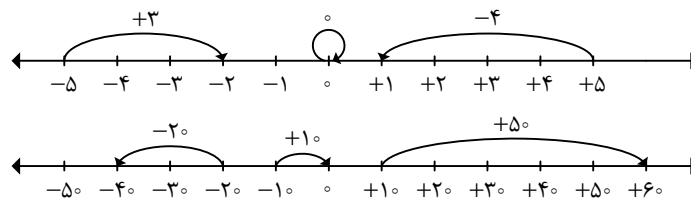


۷: هریک از عبارتهای زیر چه عددی را نشان می‌دهد؟

- الف) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی: -۱
 ب) کوچک‌ترین عدد طبیعی: ۱
 پ) کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت: ۱
 ت) کوچک‌ترین عدد طبیعی زوج: ۲
 ث) کوچک‌ترین عدد طبیعی فرد دو رقمی: ۱۱
 ج) بزرگ‌ترین عدد طبیعی زوج سه رقمی: ۹۹۸
 چ) کوچک‌ترین عدد صحیح نامنفی: ۰
 ح) بزرگ‌ترین عدد صحیح سه رقمی مضرب ۶: ۹۹۶

حرکت‌های محوری:

روی محور عددهای صحیح، از یک نقطه می‌توان حرکت کرد و به یک نقطه‌ی دیگر رسید. تعداد واحد حرکت را می‌توانیم با توجه به جهت حرکت، با یک عدد علامت‌دار نشان دهیم. در زیر چند نمونه از حرکت‌های محوری را نمایش داده‌ایم:



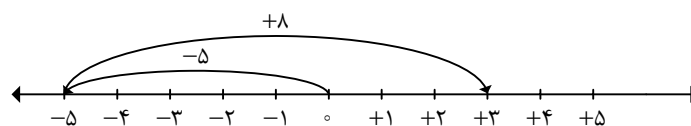
جمع عددهای صحیح با استفاده از حرکت‌های محوری:

برای محاسبه‌ی حاصل جمع عددهای صحیح، می‌توان از حرکت‌های محوری استفاده کرد. باید توجه داشته باشیم که شروع اولین حرکت، حتماً باید از نقطه‌ی صفر باشد.



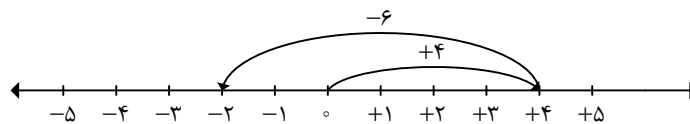
۸: حاصل هریک از جمع‌های زیر را با استفاده از حرکت‌های محوری به‌دست آورید.

الف) $(-5) + (+8) =$



$$(-5) + (+8) = (+3)$$

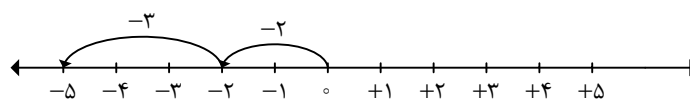
ب) $4 + (-6) =$



$$4 + (-6) = (-2)$$



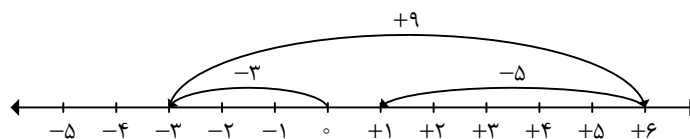
پ) $(-2) + (-3) =$



$$(-2) + (-3) = (-5)$$



ت) $(-3) + (+9) + (-5) =$



$$(-3) + (+9) + (-5) = (+1)$$



تبدیل تفریق به جمع:

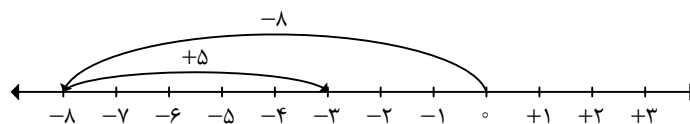
برای محاسبه‌ی حاصل تفریق دو عدد صحیح، ابتدا عدد اولی را نوشته و علامت تفریق را به جمع تبدیل کرده، سپس عدد دومی را قرینه می‌کنیم و حاصل را مانند جمع دو عدد صحیح به دست می‌آوریم.

مثال ۹: حاصل هریک از تفریق‌های زیر را با استفاده از حرکت‌های محوری به دست آورید.



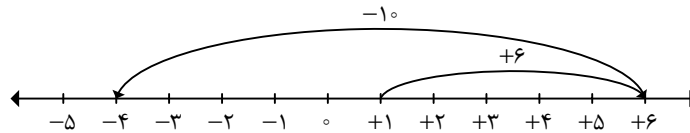
الف) $(-8) - (-5) =$

$$(-8) - (-5) = (-8) + (+5) = (-3)$$



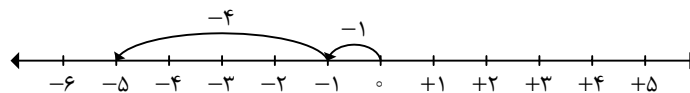
ب) $6 - (+10) =$

$6 - (+10) = 6 + (-10) = (-4)$



پ) $-1 - 4 =$

$-1 - 4 = -1 + (-4) = (-5)$



مثال ۱۰: ابتدا در مربع‌های خالی، علامت‌های «+» یا «-» بگذارید، سپس عبارت داده شده را محاسبه کنید و



همه‌ی عددهای صحیح ممکن را که به دست می‌آیند، از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$-3 \square (+7) \square 2$



$$\left. \begin{array}{l} 1) -3 \square (+7) \square 2 = -3 + 7 + 2 = 6 \\ 2) -3 \square (+7) \square -2 = -3 + 7 - 2 = 2 \\ 3) -3 \square (-7) \square -2 = -3 - 7 - 2 = -12 \\ 4) -3 \square (-7) \square 2 = -3 - 7 + 2 = -8 \end{array} \right\} \Rightarrow -12 < -8 < 2 < 6$$

خواص جمع عددهای صحیح:

الف) خاصیت جمع هر عدد صحیح با عدد صفر: این خاصیت بیان می‌کند که:

حاصل جمع هر عدد صحیح با عدد صفر، برابر با خود آن عدد صحیح است. به‌عنوان مثال:

$(-4) + 0 = (-4)$

ب) خاصیت جمع هر عدد صحیح با قرینه‌اش: این خاصیت بیان می‌کند که:

حاصل جمع هر عدد صحیح با قرینه‌اش، برابر صفر است. به‌عنوان مثال:

$(-3) + (+3) = 0$

ج) خاصیت جابه‌جایی (تعویض‌پذیری): این خاصیت بیان می‌کند که:

در جمع عددهای صحیح اگر جای دو عدد را عوض کنیم، حاصل تغییری نمی‌کند. به‌طور کلی می‌توان گفت: در جمع

عددهای صحیح خاصیت جابه‌جایی وجود دارد. به‌عنوان مثال:

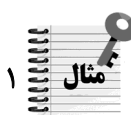
$(-2) + (+5) = (+5) + (-2) = (+3)$



۱۱: در جمع دو عدد صحیح، اگر هر دو عدد هم‌علامت باشند (هر دو مثبت یا هر دو منفی)، دو عدد را با هم جمع می‌کنیم و یکی از علامت‌ها را به‌عنوان علامت جواب قرار می‌دهیم.



۱۲: در جمع دو عدد صحیح، اگر هر دو عدد هم‌علامت نباشند (یکی مثبت و یکی منفی)، دو عدد را از هم کم می‌کنیم و علامت عدد بزرگ‌تر (بدون در نظر گرفتن علامت‌ها) را به‌عنوان علامت جواب قرار می‌دهیم.



۱۱: حاصل جمع‌ها و تفریق‌های زیر را به‌دست آورید.

$$\text{الف) } (-71) + (+36) = -71 + 36 = -35$$

$$\text{ب) } (-27) + (-84) = -27 - 84 = -111$$

$$\text{پ) } (-29) - (-39) = -29 + 39 = 10$$

$$\text{ت) } (+128) - (+169) = 128 - 169 = -41$$

$$\text{ث) } (-78) - (-16) - (+51) = (-78) + (+16) + (-51) = -78 + 16 - 51 = -113$$



۱۳: برای به‌دست آوردن حاصل عبارت‌هایی مانند $37 - 26 - 15 + 18 - 31 + 9$ بهتر است ابتدا عددهایی که مثبت هستند را با هم و عددهایی که منفی هستند را نیز با هم جمع کنیم، سپس جواب‌های به‌دست آمده را با توجه به نکته‌های ۱۱ و ۱۲ از هم کم کنیم. یعنی:

$$\begin{aligned} \text{حاصل جمع مثبت‌ها} &: 37 + 18 + 9 = 64 \\ \text{حاصل جمع منفی‌ها} &: -26 - 15 - 31 = -72 \end{aligned} \Rightarrow 64 - 72 = -8$$



۱۲: حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین روش حساب کنید.

$$\text{الف) } -18 - (-4) - (-19) =$$

$$-18 - (-4) - (-19) = -18 + 4 + 19 = 5$$

$$\text{ب) } -24 - 97 + 100 - 23 =$$

$$-24 - 97 + 100 - 23 = -144 + 100 = -44$$



پ) $-(-5) - 6 + 7 - 14 + 10 - (-8) =$

$-(-5) - 6 + 7 - 14 + 10 - (-8) = 5 - 6 + 7 - 14 + 10 + 8 = 30 - 20 = 10$



۱۴: اختلاف دو عدد همواره مقداری مثبت است.



مثال ۱۳: دمای هوای شیراز ۷ درجه بالای صفر و دمای هوای اردبیل 10° - درجه است. دمای هوای اردبیل چند

درجه سردتر از دمای هوای شیراز است؟



جواب در این مثال، اختلاف دمای هوای دو شهر جواب است. لذا داریم:



$(+7) - (-10) = 7 + 10 = 17$

بنابراین دمای هوای اردبیل ۱۷ درجه سردتر از دمای هوای شیراز است.

مثال ۱۴: جسمی با دمای $+16$ درجه را در سردخانه‌ای گذاشته‌ایم، دمای آن به ۵ درجه زیر صفر رسید. این جسم

چند درجه سرد شده است؟



جواب در این مثال لازم است اختلاف دمای ابتدا و دمای انتهای جسم را به دست آوریم. لذا داریم:



$(+16) - (-5) = 16 + 5 = 21$

بنابراین جسم ۲۱ درجه سرد شده است.

نکته ۱۵: برای به دست آوردن حاصل جمع و تفریق دو عدد صحیح با استفاده از جدول ارزش مکانی، کافی است ابتدا

دو عدد را در جدول ارزش مکانی قرار دهیم و زیر هم بنویسیم. سپس عددهای واقع در ستون‌ها را براساس قوانین جمع و تفریق دو عدد صحیح (نکته‌های ۱۱ و ۱۲) با هم جمع و تفریق کنیم.



مثال ۱۵: حاصل عبارت‌های زیر را با استفاده از جدول ارزش مکانی به دست آورید.



الف) $45 - 36$



د	ی
۴	۵
۳	۶

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 40 + 5 \\ - 30 - 6 \\ \hline 10 - 1 = 9 \end{array}$$

ب) $74 - 38 - 51$ 

د	ی
۷	۴
۳	۸
۵	۱

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 70 + 4 \\ - 30 - 8 \\ - 50 - 1 \\ \hline - 10 - 5 = -15 \end{array}$$

پ) $-423 + 589 - 207$ 

ص	د	ی
۴	۲	۳
۵	۸	۹
۲	۰	۷

$$\Rightarrow \begin{array}{r} - 400 - 20 - 3 \\ + 500 + 80 + 9 \\ - 200 \quad - 7 \\ \hline - 100 + 60 - 1 = -41 \end{array}$$

ت) $-334 - 258 + 488$ 

ص	د	ی
۳	۳	۴
۲	۵	۸
۴	۸	۸

$$\Rightarrow \begin{array}{r} - 300 - 30 - 4 \\ - 200 - 50 - 8 \\ + 400 + 80 + 8 \\ \hline - 100 \quad - 4 = -104 \end{array}$$



۱۶: در برخی از عبارتهایی که مربوط به جمع و تفریق عددهای صحیح می‌باشند، عددهای قرینه‌ی هم وجود دارد که با استفاده از خاصیت جمع هر عدد صحیح با قرینه‌اش، می‌توان حاصل عبارت را سریع‌تر به‌دست آورد. به‌عنوان مثال در عبارت $-۱+۵-۶+۳-۵$ دو عدد -۵ و $+۵$ قرینه‌ی یکدیگرند که حاصل جمع‌شان برابر صفر است. پس تنها کافی است حاصل عبارت $-۱-۶+۳$ را به‌دست آوریم. به عبارت دیگر:

$$-۵+۳-۶+۵-۱ = ۳-۶-۱ = ۳-۷ = -۴$$



۱۶: حاصل عبارتهای زیر را به ساده‌ترین روش به‌دست آورید.

الف) $-۴۰+۳۵+۸۰-۱۷-۴۰$

$$-۴۰+۳۵+۸۰-۱۷-۴۰ = -۸۰+۳۵+۸۰-۱۷ = ۳۵-۱۷ = ۱۸$$



ب) $-۲+۴-۶+۸-۱۰+۱۲$

$$-۲+۴-۶+۸-۱۰+۱۲ = -۸+۴+۸-۱۰+۱۲ = ۴-۱۰+۱۲ = ۱۶-۱۰ = ۶$$



پ) $-۶۸-۴۳+۵۴+۱۴+۴۳$

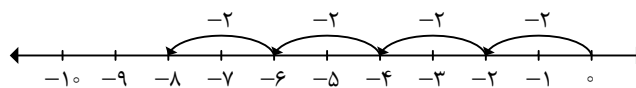
$$-۶۸-۴۳+۵۴+۱۴+۴۳ = -۶۸+۵۴+۱۴ = -۶۸+۶۸ = ۰$$



ضرب عددهای صحیح:

الف) ضرب عددهای صحیح با استفاده از حرکت‌های محوری:

برای نمایش ضرب $۴ \times (-۲)$ روی محور، از نقطه‌ی صفر (نقطه‌ی شروع)، ۴ حرکت محوری متوالی که عدد متناظر هر کدام (-۲) می‌باشد را رسم می‌کنیم (عدد ۴ تعداد حرکت‌هایی است که به دنبال هم رسم می‌کنیم و عدد (-۲) عدد متناظر هر حرکت را نشان می‌دهد). مشاهده می‌کنیم که به نقطه‌ی (-۸) می‌رسیم. بنابراین حاصل ضرب برابر با (-۸) است. نمایش ضرب $۴ \times (-۲)$ روی محور در زیر نشان داده شده است:



$$۴ \times (-۲) = -۸$$

ب) ضرب عددهای صحیح بدون استفاده از حرکت‌های محوری:

برای به‌دست آوردن حاصل ضرب دو عدد صحیح بدون استفاده از حرکت محوری، دو عدد را در هم ضرب کرده و علامت‌ها را نیز طبق جدول ضرب علامت‌ها که در زیر بیان شده است، در هم ضرب می‌کنیم:

×	+	-
+	+	-
-	-	+

مثال ۱۷: حاصل ضرب‌های زیر را به‌دست آورید.



الف) $5 \times (-4) = -20$

ب) $-3 \times (-10) = +30$

پ) $(-6) \times (-7) \times (-3) = (+42) \times (-3) = -126$

ت) $(-4 - 7) \times (-3 + 5) = (-11) \times (+2) = -22$

ث) $(-7) \times (-4) \times (+2) = (+28) \times (+2) = +56$

مثال ۱۸: مقدار عددی عبارت زیر را تعیین کنید.



$$[(-6) - (-5)] \times (18 - 30 + 12) =$$



$$[(-6) - (-5)] \times (18 - 30 + 12) = [(-6) + (+5)] \times (-30 + 30) = (-1) \times 0 = 0$$

تقسیم عددهای صحیح:

در تقسیم دو عدد صحیح، عدد اولی را بر عدد دومی تقسیم کرده و علامت‌ها را نیز طبق جدول تقسیم علامت‌ها که در زیر بیان شده است، بر هم تقسیم می‌کنیم:

÷	+	-
+	+	-
-	-	+

مثال ۱۹: حاصل تقسیم‌های زیر را به‌دست آورید.



الف) $(-32) \div (-8) = +4$

ب) $(-64) \div (+16) = -4$

پ) $(+175) \div (-25) = -7$

ت) $(-4 \times 2) \div (-1) = (-8) \div (-1) = +8$

ث) $(-8) \div (-5 + 3) = (-8) \div (-2) = +4$

۲۰: حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.



الف) $(-4) \times [-6 \div (-3)] =$

$(-4) \times [-6 \div (-3)] = (-4) \times (+2) = -8$



ب) $[(-25) \div 5] - [(-36) \div (-4)] =$

$[(-25) \div 5] - [(-36) \div (-4)] = (-5) - (+9) = (-5) + (-9) = -5 - 9 = -14$



پ) $[(-15) \div (-3)] \times [(-72) \div (-8)] =$

$[(-15) \div (-3)] \times [(-72) \div (-8)] = (+5) \times (+9) = +45$



ت) $[(-17) - (-5)] \div [2 \times (-3)] =$

$[(-17) - (-5)] \div [2 \times (-3)] = (-17 + 5) \div (-6) = (-12) \div (-6) = +2$



۱۷: در برخی از عبارتهای، از نوشتن علامت ضرب بین دو پرانتز، یا یک عدد و یک پرانتز، یا دو حرف انگلیسی



صرف نظر می کنند. به عنوان مثال:

$(-3)(+2) = (-3) \times (+2) = -6$, $xy = x \times y$

۱۸: برای محاسبه‌ی حاصل برخی از عبارتهای، لازم است براساس ترتیب انجام عملیات‌ها که به صورت زیر است،



عمل کنیم:

۱- پرانتز، گروه، آکولاد

۲- توان رسانی

۳- ضرب، تقسیم

۴- جمع، تفریق

مثال

۲۱: مقدار عددی هریک از عبارتهای زیر را به سادهترین روش تعیین کنید.

الف) $-32 - 21 + 12 + 3 \times 7 =$

$$-32 - 21 + 12 + \underbrace{3 \times 7}_{21} = -32 - 21 + 12 + 21 = -32 + 12 = -20$$

جواب

ب) $1 - 2 \times (1 - (8 - 9)) =$

$$1 - 2 \times (1 - \underbrace{(8 - 9)}_{-1}) = 1 - 2 \times (1 + 1) = 1 - 2 \times 2 = 1 - 4 = -3$$

جواب

پ) $-4 \div 4 - 4 \times 3 =$

$$\underbrace{-4 \div 4}_{-1} - \underbrace{4 \times 3}_{-12} = -1 - (-12) = -1 + 12 = 11$$

جواب

ت) $-16 \div 2 \times 3 - 4 =$

$$\underbrace{-16 \div 2}_{-8} \times 3 - 4 = \underbrace{-8 \times 3}_{-24} - 4 = -24 - 4 = -28$$

جواب

ث) $7 - 7 \times 3^2 - (6 \div (10 - 12)) =$

$$7 - 7 \times \underbrace{3^2}_9 - (6 \div \underbrace{(10 - 12)}_{-2}) = 7 - 63 - (-3) = 7 - 63 + 3 = 10 - 63 = -53$$

جواب

ج) $2 - 2(3 - 4(5 - 6(7 - 8))) =$

$$2 - 2(3 - 4(\underbrace{5 - 6(7 - 8)}_{-1})) = 2 - 2(3 - 4(\underbrace{5 + 6}_{11})) = 2 - 2(\underbrace{3 - 44}_{-41}) = 2 + 82 = 84$$

جواب

مثال

۲۲: حاصل عبارت زیر را به دست آورید. روش کار خود را توضیح دهید.

$$(10-1)(9-1)(8-1)\dots(-9-1)(-10-1) =$$

جواب

با دقت در عبارت داده شده درمی یابیم که در بین پرانتزها، پرانتز $(1-1)$ وجود دارد که حاصل آن برابر صفر

است و از آنجاکه حاصل ضرب عدد صفر در هر عددی برابر صفر است، لذا حاصل عبارت داده شده برابر صفر است. به عبارت دیگر:

$$(10-1) \times (9-1) \times (8-1) \times \dots \times \underbrace{(1-1)}_0 \times \dots \times (-9-1) \times (-10-1) = 0$$

مثال ۲۳: مقدار عددی عبارت زیر را به ساده‌ترین روش محاسبه کنید.

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 =$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 =$$

همان‌طور که در عبارت داده شده مشاهده می‌کنیم، در بین اعداد ۱ تا ۱۰۰، جفت عددهایی وجود دارد که حاصل جمع آن‌ها برابر ۱۰۱ می‌باشد. اگر کمی دقت کنیم، درمی‌یابیم که تعداد جفت عددها برابر ۵۰ است ($100 \div 2 = 50$). پس حاصل عبارت داده شده برابر است با:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 = \underbrace{101 + 101 + 101 + \dots + 101}_{50 \text{ تا}} = 50 \times 101 = 5050$$

مثال ۲۴: با استفاده از روش مثال قبل، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$-200 - 199 - 198 - \dots - 3 - 2 - 1 =$$

$$-200 - 199 - 198 - \dots - 3 - 2 - 1 = (-200) + (-199) + (-198) + \dots + (-3) + (-2) + (-1) =$$

$$\underbrace{(-201) + (-201) + (-201) + \dots + (-201)}_{100 \text{ تا}} = 100 \times (-201) = -20100$$

نکته ۱۹: چنانچه در صورت و مخرج کسری، ضرب چند عدد صحیح باشد، ابتدا عددهای صورت و مخرج را در صورت ساده شدن (بدون در نظر گرفتن علامت‌ها) با هم ساده کرده و عددهای ساده شده در صورت کسر را در هم و عددهای ساده شده در مخرج کسر را نیز در هم ضرب می‌کنیم و به‌عنوان جواب قرار می‌دهیم؛ سپس علامت حاصل صورت را بر علامت حاصل مخرج (طبق تقسیم علامت‌ها) بر هم تقسیم می‌کنیم و به‌عنوان علامت جواب قرار می‌دهیم.



۲۰: در ساده کردن کسرها، برای پیدا کردن علامت جواب می‌توان با توجه به تعداد علامت‌های منفی در صورت و مخرج کسر عمل کرد. به این صورت که اگر تعداد علامت‌های منفی زوج باشد، علامت کسر مثبت و اگر تعداد علامت‌های منفی فرد باشد، علامت کسر منفی خواهد بود.



۲۵: کسرهای زیر را ساده کنید.

$$\text{الف) } \frac{(-35) \times (-16) \times 42}{(-14) \times (-20) \times 15} =$$

$$\frac{\overset{7}{(-\cancel{35})} \times \overset{4}{(-\cancel{16})} \times \overset{1}{\cancel{42}}}{\underset{1}{(-\cancel{14})} \times \underset{5}{(-\cancel{20})} \times \underset{1}{\cancel{15}}} = + \frac{28}{5}$$



$$\text{ب) } \frac{(-120) \times (-105)}{(-40) \times (+35)} =$$

$$\frac{\overset{3}{(-\cancel{120})} \times \overset{3}{(-\cancel{105})}}{\underset{1}{(-\cancel{40})} \times \underset{1}{(+\cancel{35})}} = -9$$



$$\text{پ) } \frac{(-3-4) \times (+10)}{(-14) \times (7-12)} =$$

$$\frac{(-3-4) \times (+10)}{(-14) \times (7-12)} = \frac{\overset{1}{(-\cancel{7})} \times \overset{1}{(+\cancel{10})}}{\underset{1}{(-\cancel{14})} \times \underset{1}{(-\cancel{5})}} = -1$$



$$\text{ت) } \frac{(-120) \div (-30)}{8-3 \times 4} =$$

$$\frac{(-120) \div (-30)}{8-3 \times 4} = \frac{+4}{8-12} = \frac{+4}{-4} = -1$$





۲۱: حاصل تقسیم عدد صفر بر هر عدد صحیح غیرصفر، برابر صفر است. یعنی اگر a عددی صحیح و مخالف صفر باشد، داریم:

$$\frac{0}{a} = 0 \quad ; \quad (a \neq 0)$$

به عنوان مثال:

$$\frac{0}{-4} = 0 \quad , \quad \frac{0}{82} = 0$$



۲۲: حاصل تقسیم هر عدد صحیح مخالف صفر بر عدد صفر، تعریف نشده است. یعنی اگر a عددی صحیح و مخالف صفر باشد، داریم:

$$\frac{a}{0} = \text{تعریف نشده} \quad ; \quad (a \neq 0)$$

به عنوان مثال:

$$\frac{2}{0} = \text{تعریف نشده} \quad , \quad \frac{-35}{0} = \text{تعریف نشده}$$

عددهای گویا:



هر عدد کسری به صورت $\frac{a}{b}$ را که در آن a و b عددهای صحیح می باشند و $b \neq 0$ است را عدد گویا می نامند.



۲۳: هر عدد طبیعی، حسابی و صحیح، عددی گویا است.



۲۶: کدام یک از عددهای زیر گویا هستند؟

$$-\frac{6}{7}$$

$$2\frac{1}{3}$$

$$-\sqrt{13}$$

۵

$$\frac{\sqrt{25}}{9}$$

$$-1\frac{3}{8}$$

$$-4/5$$

$$\frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\sqrt{16} + 9$$

۰



در بین عددهای داده شده، عددهای زیر گویا هستند:

$$-\frac{6}{7} \rightarrow \text{گویا}$$

$$2\frac{1}{3} = \frac{7}{3} \rightarrow \text{گویا}$$

$$5 = \frac{5}{1} \rightarrow \text{گویا}$$

$$\frac{\sqrt{25}}{9} = \frac{5}{9} \rightarrow \text{گویا}$$

$$-1\frac{3}{8} = -\frac{11}{8} \rightarrow \text{گویا}$$

$$-4/5 = -\frac{45}{10} \rightarrow \text{گویا}$$

$$\sqrt{16} + 9 = 4 + 9 = 13 = \frac{13}{1} \rightarrow \text{گویا}$$

$$0 = \frac{0}{1} \rightarrow \text{گویا}$$

نمایش عددهای گویا روی محور:

برای نمایش عددهای گویا روی محور دو حالت وجود دارد:

الف) نمایش عددهای گویا به فرم کسری:

برای نمایش عددهای گویا به فرم کسری روی محور، ابتدا هر واحد را به تعداد عدد نوشته شده در مخرج کسر به قسمت‌های مساوی تقسیم کرده، سپس از نقطه‌ی صفر به اندازه‌ی عدد نوشته شده در صورت کسر با توجه به علامت عدد، در جهت مثبت یا منفی حرکت می‌کنیم تا به عدد موردنظر برسیم.

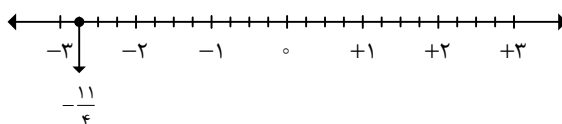
مثال ۲۷: عدد $-\frac{11}{4}$ را روی محور نمایش دهید.



برای نمایش عدد $-\frac{11}{4}$ روی محور، ابتدا هر واحد را به ۴ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم (به تعداد عدد نوشته

شده در مخرج کسر)، سپس از نقطه‌ی صفر به اندازه‌ی ۱۱ واحد کوچک (۱۱ تا $\frac{1}{4}$) در جهت منفی حرکت می‌کنیم

(علامت کسر منفی است) تا به نقطه‌ی $-\frac{11}{4}$ برسیم.



(ب) نمایش عددهای گویا به فرم مخلوط:

برای نمایش عددهای گویا به فرم مخلوط روی محور، ابتدا هر واحد را به تعداد عدد نوشته شده در مخرج قسمت کسری عدد مخلوط به قسمت‌های مساوی تقسیم کرده، سپس با توجه به علامت عدد در جهت مثبت یا منفی به اندازه‌ی قسمت صحیح عدد مخلوط، واحد کامل جدا کرده و به دنبال آن به اندازه‌ی عدد نوشته شده در صورت قسمت کسری عدد مخلوط، واحد کوچک (واحد کسری) جدا می‌کنیم تا به عدد موردنظر برسیم.



برای نمایش عدد گویا به فرم مخلوط، می‌توان ابتدا عدد مخلوط داده شده را به کسر تبدیل کرده، سپس مانند

قسمت «الف» عمل کنیم.



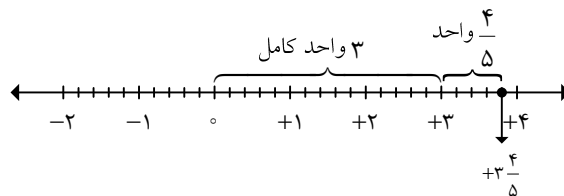
۲۸: عدد $3\frac{4}{5}$ را روی محور نمایش دهید.



برای نمایش عدد $3\frac{4}{5}$ روی محور، ابتدا هر واحد را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کرده (به تعداد عدد نوشته

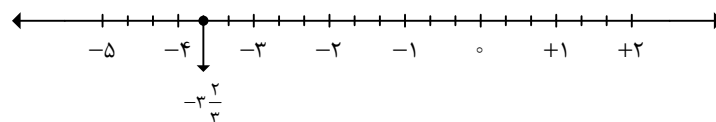
شده در مخرج قسمت کسری عدد مخلوط)، سپس در جهت مثبت محور (علامت عدد مخلوط مثبت است) ۳ واحد کامل (قسمت صحیح عدد مخلوط) جدا کرده و به دنبال آن به اندازه‌ی ۴ واحد کوچک (واحد کسری) جدا می‌کنیم تا به نقطه‌ی

$3\frac{4}{5}$ برسیم.

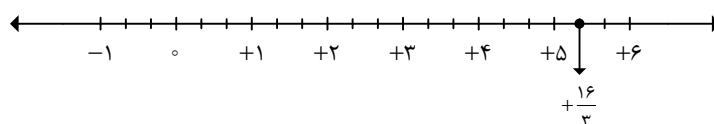
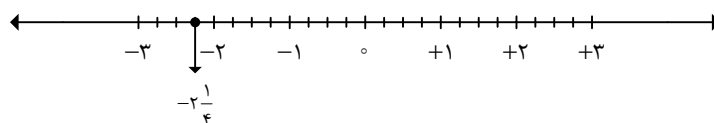
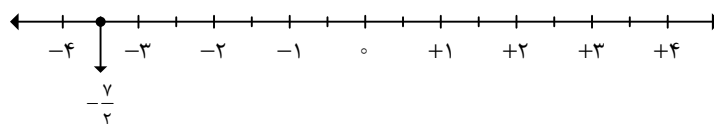
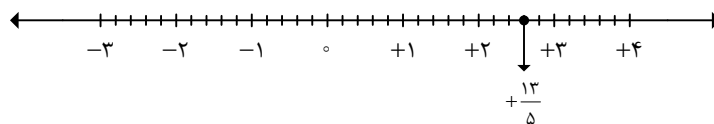


۲۹: هریک از عددهای گویای زیر را روی محور نمایش دهید.

(الف) $-3\frac{2}{3}$



(ب) $+1\frac{3}{5}$



۳۰: کسرها را به عدد مخلوط و عدد مخلوطها را به کسر تبدیل کنید.

الف) $+3\frac{1}{4} = +\frac{13}{4}$

ب) $-\frac{7}{5} = -1\frac{2}{5}$

پ) $+\frac{14}{3} = +4\frac{2}{3}$

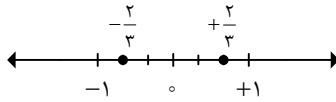
ت) $-2\frac{1}{3} = -\frac{7}{3}$

ث) $-\frac{58}{17} = -3\frac{7}{17}$

ج) $+16\frac{8}{15} = +\frac{248}{15}$

قرینه‌ی عدد گویا:

برای به‌دست آوردن قرینه‌ی یک عدد گویا کافی است علامت عدد را قرینه کنیم. برای نشان دادن قرینه‌ی یک عدد گویا نیز از علامت منفی (-) استفاده می‌کنیم. به‌عنوان مثال، در شکل زیر دو نقطه‌ی A و A' نسبت به نقطه‌ی صفر، قرینه‌ی یکدیگرند.



بنابراین:

$$\begin{cases} A' = -A \Rightarrow -\frac{2}{3} = -\left(+\frac{2}{3}\right) \\ \text{یا} \\ A = -A' \Rightarrow +\frac{2}{3} = -\left(-\frac{2}{3}\right) \end{cases}$$

مثال ۳۱: قرینه‌ی هریک از عددهای داده شده را بنویسید.



الف) $+\frac{8}{5} \xrightarrow{\text{قرینه}} -\frac{8}{5}$

ب) $-1\frac{9}{10} \xrightarrow{\text{قرینه}} +1\frac{9}{10}$

پ) $3\frac{4}{5} \xrightarrow{\text{قرینه}} -3\frac{4}{5}$

ت) $0 \xrightarrow{\text{قرینه}} 0$

ث) $-2/76 \xrightarrow{\text{قرینه}} +2/76$

ج) $0/001 \xrightarrow{\text{قرینه}} -0/001$

نکته ۲۴: قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد گویا، با خود آن عدد گویا برابر است.



مثال ۳۲: تساوی‌های زیر را کامل کنید.



الف) $-\left(+\frac{3}{5}\right) = -\frac{3}{5}$

ب) $-\left(-\frac{8}{17}\right) = +\frac{8}{17}$

پ) $-\left(-\frac{27}{43}\right) = +\frac{27}{43}$

ت) $-\left(-\left(+2\frac{1}{5}\right)\right) = -\left(-2\frac{1}{5}\right) = +2\frac{1}{5}$

ث) $-\left(-\left(-\frac{16}{9}\right)\right) = -\frac{16}{9}$

ج) $-\left(-\left(-\left(-0/049\right)\right)\right) = -\left(-\left(+0/049\right)\right) = -\left(-0/049\right) = +0/049$

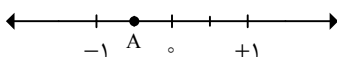
تساوی عددهای گویا:

در سال‌های گذشته با تساوی کسرها آشنا شدیم. اکنون می‌خواهیم تساوی عددهای گویا را با استفاده از محور نشان دهیم. برای توضیح کامل این مطلب، به حل مثال زیر می‌پردازیم:

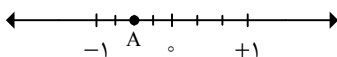


مثال ۳۳: در محورهای زیر، نقطه‌ی A چه عددی را نشان می‌دهد؟ آیا این عددها با هم مساوی‌اند؟ نتیجه را به صورت تساوی عددهای گویا بنویسید.

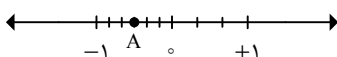
(الف)



(ب)



(پ)



نقطه‌ی نمایش A روی هر یک از محورها به صورت زیر است:

$$\text{شکل (الف): } A = -\frac{1}{2}$$

$$\text{شکل (ب): } A = -\frac{2}{4}$$

$$\text{شکل (پ): } A = -\frac{3}{6}$$

اگر به نقطه‌ی نمایش A روی محورها توجه کنیم، درمی‌یابیم که مکان نقطه‌ی A در هر سه شکل ثابت است و تغییری نکرده است. لذا سه عدد $-\frac{1}{2}$ ، $-\frac{2}{4}$ و $-\frac{3}{6}$ با هم مساوی‌اند که تساوی آن‌ها را به صورت زیر نشان می‌دهیم:

$$-\frac{1}{2} = -\frac{2}{4} = -\frac{3}{6}$$



نکته ۲۵: برای نوشتن چند عدد گویای مساوی با یک عدد گویا دو حالت وجود دارد:

(الف) در صورتی که عدد گویا قابل ساده شدن باشد: در این صورت می‌توان صورت و مخرج عدد گویا را بر شمارنده‌های مشترک آن‌ها ساده کرد. عددهای گویای به دست آمده، با عدد گویای داده شده مساوی‌اند.

(ب) در صورتی که عدد گویا قابل ساده شدن نباشد: در این صورت می‌توان صورت و مخرج عدد گویا را در عددهای طبیعی بزرگ‌تر از ۱ ضرب کرد. عددهای گویای به دست آمده، با عدد گویای داده شده مساوی‌اند.

مثال

۳۴: برای هریک از عددهای گویای داده شده، چند عدد گویای مساوی بنویسید.

الف) $-\frac{2}{3} = -\frac{4}{6} = -\frac{6}{9} = -\frac{8}{12} = -\frac{10}{15} = \dots$

ب) $+\frac{4}{9} = +\frac{8}{18} = +\frac{12}{27} = +\frac{16}{36} = +\frac{20}{45} = \dots$

پ) $+\frac{48}{36} = +\frac{24}{18} = +\frac{16}{12} = +\frac{12}{9} = +\frac{8}{6} = +\frac{4}{3} = \dots$

ت) $-\frac{45}{75} = -\frac{15}{25} = -\frac{9}{15} = -\frac{3}{5} = \dots$

ث) $-\frac{7}{6} = -\frac{14}{12} = -\frac{21}{18} = -\frac{28}{24} = -\frac{35}{30} = \dots$

نکته

۲۶: برای نوشتن کسرهای مساوی با یک عدد مخلوط، ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل کرده، سپس کسرهای مساوی با آن را طبق روش بیان شده در نکته ۲۵ می‌نویسیم.

مثال

۳۵: برای هریک از عددهای زیر، چند کسر مساوی بنویسید.

الف) $-4\frac{1}{3}$

$-4\frac{1}{3} = -\frac{13}{3} = -\frac{26}{6} = -\frac{39}{9} = -\frac{52}{12} = \dots$

ب) $+7\frac{1}{2}$

$+7\frac{1}{2} = +\frac{15}{2} = +\frac{30}{4} = +\frac{45}{6} = +\frac{60}{8} = \dots$

مثال

۳۶: تساوی‌های زیر را کامل کنید.

الف) $-\frac{3}{6} = -\frac{\boxed{1}}{2}$

ب) $+\frac{3}{11} = +\frac{27}{\boxed{-99}}$

پ) $-\frac{\boxed{3}}{9} = -\frac{4}{12}$



نکته

۲۷: برای ساده کردن عددهای گویایی که صورت و مخرج آن‌ها قابل ساده شدن می‌باشند، می‌توان صورت و مخرج آن‌ها را بر ب.م.شان تقسیم کرد.



مثال

۳۷: عددهای داده شده را ساده کنید و حاصل را در صورت امکان به صورت عدد مخلوط بنویسید.

الف) $+\frac{51}{27}$



جواب

$$\begin{array}{c} 51 \\ / \quad \backslash \\ 3 \quad 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 27 \\ / \quad \backslash \\ 3 \quad 9 \\ \quad / \quad \backslash \\ \quad 3 \quad 3 \end{array}$$

$$\begin{cases} 51 = 3 \times 17 \\ 27 = 3^3 \end{cases} \Rightarrow (51, 27) = 3$$

$$+\frac{51}{27} \stackrel{\div 3}{=} +\frac{17}{9} = +1\frac{8}{9}$$

ب) $-\frac{176}{198}$



جواب

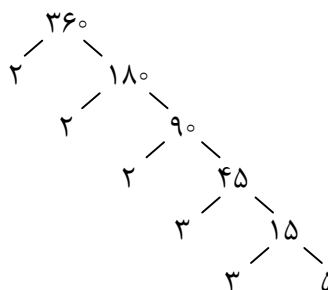
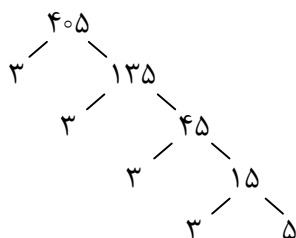
$$\begin{array}{c} 176 \\ / \quad \backslash \\ 2 \quad 88 \\ \quad / \quad \backslash \\ \quad 2 \quad 44 \\ \quad \quad / \quad \backslash \\ \quad \quad 2 \quad 22 \\ \quad \quad \quad / \quad \backslash \\ \quad \quad \quad 2 \quad 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 198 \\ / \quad \backslash \\ 2 \quad 99 \\ \quad / \quad \backslash \\ \quad 3 \quad 33 \\ \quad \quad / \quad \backslash \\ \quad \quad 3 \quad 11 \end{array}$$

$$\begin{cases} 176 = 2^4 \times 11 \\ 198 = 2 \times 3^2 \times 11 \end{cases} \Rightarrow (176, 198) = 2 \times 11 = 22$$

$$-\frac{176}{198} \stackrel{\div 22}{=} -\frac{8}{9}$$

پ) $-\frac{405}{360}$



$$\begin{cases} 405 = 3^4 \times 5 \\ 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \end{cases} \Rightarrow (405, 360) = 3^2 \times 5 = 9 \times 5 = 45$$

$$-\frac{405}{360} \div 45 = -\frac{9}{8} = -1\frac{1}{8}$$



۳۸: در هریک از تساوی‌های زیر مقدار X را به دست آورید.

الف) $-\frac{3}{7} = -\frac{12}{X}$



برای به دست آوردن مقدار مجهول X از رابطه‌ی طرفین - وسطین استفاده می‌کنیم.

$$-\frac{3}{7} = -\frac{12}{X} \Rightarrow \frac{-3}{7} = \frac{-12}{X} \Rightarrow X = \frac{7 \times (-12)}{(-12)} = 28$$

ب) $-\frac{4}{6} = -\frac{10}{X}$



مانند قسمت (الف) عمل می‌کنیم.

$$-\frac{4}{6} = -\frac{10}{X} \Rightarrow \frac{-4}{6} = \frac{-10}{X} \Rightarrow X = \frac{6 \times (-10)}{(-10)} = 15$$

پ) $\frac{x}{22} = -\frac{6}{8}$

مانند قسمت (الف) عمل می‌کنیم.

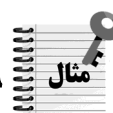


$$\frac{x}{22} = -\frac{6}{8} \Rightarrow \frac{x}{22} = \frac{-6}{8} \Rightarrow x = \frac{22 \times (-6)}{8} = -\frac{33}{2}$$

مقایسه‌ی عددهای گویا:

برای مقایسه‌ی عددهای مخلوط دو حالت وجود دارد:

الف) مقایسه‌ی عددهای گویایی که هم‌علامت نیستند: در این صورت عدد گویایی که علامت آن مثبت می‌باشد، بزرگ‌تر است.



۳۹: عددهای زیر را با هم مقایسه کنید.

الف) $-\frac{5}{6} \square + \frac{1}{2}$

ب) $4\frac{5}{9} \square - 3\frac{24}{37}$

ب) مقایسه‌ی عددهای گویایی که هم‌علامت هستند: در این صورت می‌توانیم از نکته زیر استفاده کنیم:



۲۸: در مقایسه‌ی عددهای گویا، اگر دو عدد را روی محور اعداد نمایش دهیم، عددی که در سمت چپ عدد دیگر قرار دارد، کوچک‌تر است.

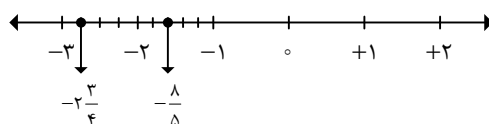


۴۰: عددهای زیر را با هم مقایسه کنید.

الف) $-2\frac{3}{4} \square - \frac{8}{5}$



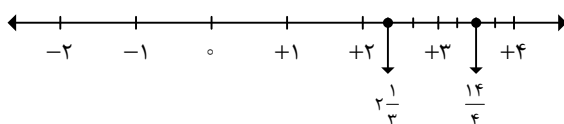
ابتدا دو عدد $-2\frac{3}{4}$ و $-\frac{8}{5}$ را روی محور نمایش می‌دهیم.



همان‌طور که مشاهده می‌کنیم عدد $-2\frac{3}{4}$ در سمت چپ عدد $-\frac{8}{5}$ قرار دارد. لذا عدد $-2\frac{3}{4}$ کوچک‌تر از عدد $-\frac{8}{5}$ است. به عبارت دیگر:

$$-2\frac{3}{4} < -\frac{8}{5}$$

ب) $\frac{14}{4} \square 2\frac{1}{3}$



همان‌طور که مشاهده می‌کنیم عدد $2\frac{1}{3}$ در سمت چپ عدد $\frac{14}{4}$ قرار دارد. لذا عدد $2\frac{1}{3}$ کوچک‌تر از عدد $\frac{14}{4}$ است. به عبارت دیگر:

$$\frac{14}{4} > 2\frac{1}{3}$$



۴۱: در جای خالی، علامت مناسب $>$ یا $<$ یا $=$ قرار دهید.

الف) $\frac{3}{5} \square \frac{1}{25}$

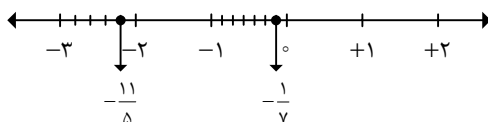


برای مقایسه‌ی دو عدد داده شده، ابتدا عدد $\frac{1}{25}$ را به کسر تبدیل کرده، سپس آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{1}{25} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{5} > \frac{1}{4}$$

ب) $-\frac{1}{7} \square -\frac{11}{5}$



با توجه به نمایش دو عدد گویای داده شده و با استفاده از نکته ۲۸ داریم:

$$-\frac{1}{7} \boxed{>} -\frac{11}{5}$$



نکته ۲۹: فرض می‌کنیم x عدد دلخواهی باشد.

الف) برای نشان دادن این که عدد x از عدد a بزرگ‌تر است، می‌نویسیم: $x > a$.

ب) برای نشان دادن این که عدد x از عدد a کوچک‌تر است، می‌نویسیم: $x < a$.

ج) برای نشان دادن این که عدد x بین دو عدد a و b قرار دارد، می‌نویسیم: $a < x < b$.



تذکر: در عبارت $a < x < b$ ، عدد a از عدد b کوچک‌تر است.



مثال ۴۲: هریک از عبارت‌های زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

الف) عددهای بزرگ‌تر از -۲ .



جواب
 $x > -۲$

ب) عددهای بین $-۲\frac{1}{3}$ و $+۵$.



جواب
 $-۲\frac{1}{3} < x < ۵$

پ) عددهای کوچک‌تر از $+۱۲/۷$.



جواب
 $x < +۱۲/۷$

ت) عددهای بین -۱ و ۰ .



جواب
 $-۱ < x < ۰$



۴۳: هریک از عددهای داده شده را در جدول زیر در جای خود قرار دهید و جدول را کامل کنید.

$$\frac{17}{7}, \frac{1}{15}, -1\frac{2}{5}, -\frac{3}{5}, -\frac{25}{6}, +3\frac{5}{7}, 2\frac{7}{10}, -3\frac{1}{17}, -7\frac{2}{10}$$

کوچک‌تر از -۳	بین -۳ و -۲			بین ۰ و ۱	بین ۱ و ۲	
$x < -3$		$-2 < x < -1$	$-1 < x < 0$			$x > 2$



کوچک‌تر از -۳	بین -۳ و -۲	بین -۲ و -۱	بین -۱ و ۰	بین ۰ و ۱	بین ۱ و ۲	بزرگ‌تر از ۲
$x < -3$	$-3 < x < -2$	$-2 < x < -1$	$-1 < x < 0$	$0 < x < 1$	$1 < x < 2$	$x > 2$
$-\frac{3}{5}, -\frac{25}{6}, -3\frac{1}{17}, -7\frac{6}{10}$	-	$-\frac{2}{5}$	-	$\frac{1}{15}$	-	$\frac{17}{7}, +3\frac{5}{7}, 2\frac{7}{10}$

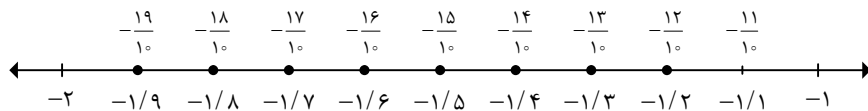
روش یافتن چند عدد گویا بین دو عدد صحیح متوالی:

برای پیدا کردن چند عدد گویا بین دو عدد صحیح متوالی، می‌توانیم از محور استفاده کنیم. به این صورت که فاصله‌ی بین دو عدد صحیح داده شده را به واحدهای کوچک‌تر تقسیم می‌کنیم. واحدهای کوچکی که بین دو عدد صحیح به وجود آمده‌اند، عددهای گویای بین آن دو عدد می‌باشند. هر چه بین دو عدد صحیح را به واحدهای مساوی بیش‌تری تقسیم کنیم، تعداد عددهای گویای به‌دست آمده‌ی بین دو عدد صحیح بیش‌تر خواهد بود.



۴۴: روی محور، فاصله‌ی بین دو عدد -۲ و -۱ را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کنید و عددهای بین آن‌ها را

به‌صورت اعشاری و کسری بنویسید. از این مثال چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



$$\begin{array}{l}
 1/1 = 1 \frac{1}{10} = \frac{11}{10} \\
 1/4 = 1 \frac{4}{10} = \frac{14}{10} \\
 1/7 = 1 \frac{7}{10} = \frac{17}{10}
 \end{array}
 ,
 \begin{array}{l}
 1/2 = 1 \frac{2}{10} = \frac{12}{10} \\
 1/5 = 1 \frac{5}{10} = \frac{15}{10} \\
 1/8 = 1 \frac{8}{10} = \frac{18}{10}
 \end{array}
 ,
 \begin{array}{l}
 1/3 = 1 \frac{3}{10} = \frac{13}{10} \\
 1/6 = 1 \frac{6}{10} = \frac{16}{10} \\
 1/9 = 1 \frac{9}{10} = \frac{19}{10}
 \end{array}$$

از این مثال نتیجه‌ی زیر به دست می‌آید:

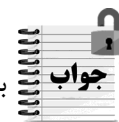
۱: بین هر دو عدد صحیح متوالی، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.



۳۰: برای پیدا کردن چند عدد گویا بین دو عدد صحیح با استفاده از محور، کافی است فاصله‌ی بین دو عدد صحیح را به اندازه‌ی یک واحد بیش‌تر از تعداد عددهای گویای خواسته شده در صورت مسئله تقسیم کنیم تا دقیقاً همان تعداد موردنظر عدد گویا حاصل شود.

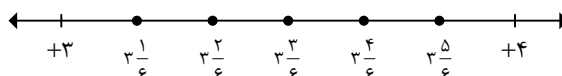


۴۵: بین دو عدد ۳ و ۴، پنج عدد گویا بیابید.



برای پیدا کردن پنج عدد گویا بین دو عدد ۳ و ۴، کافی است فاصله‌ی بین آن‌ها را به ۶ قسمت مساوی

($4 - 3 = 1$) تقسیم کنیم تا دقیقاً پنج عدد گویا حاصل شود.



بنابراین پنج عدد گویای بین دو عدد ۳ و ۴ عبارتند از:

$$3 \frac{1}{6}, 3 \frac{2}{6}, 3 \frac{3}{6}, 3 \frac{4}{6}, 3 \frac{5}{6}$$

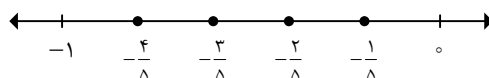


۴۶: بین دو عدد ۰ و -۱ چهار عدد گویا درج کنید و آن‌ها را از کوچک به بزرگ بنویسید.



برای پیدا کردن چهار عدد گویا بین دو عدد ۰ و -۱، کافی است فاصله‌ی بین آن‌ها را به ۵ قسمت مساوی

($0 - (-1) = 1$) تقسیم کنیم تا دقیقاً چهار عدد گویا حاصل شود.



بنابراین چهار عدد گویای بین -۱ و ۰ عبارتند از:

$$-\frac{۱}{۵}, -\frac{۲}{۵}, -\frac{۳}{۵}, -\frac{۴}{۵}$$

ترتیب این اعداد از کوچک به بزرگ به صورت زیر است:

$$-۱ < -\frac{۴}{۵} < -\frac{۳}{۵} < -\frac{۲}{۵} < -\frac{۱}{۵} < ۰$$

روش یافتن چند عدد گویا بین دو عدد گویا:

برای پیدا کردن چند عدد گویا بین دو عدد گویا، چهار روش وجود دارد که در این کتاب فقط یک روش را بیان می‌کنیم. (روش‌های دیگر را در کتاب پیشرفته بیان می‌کنیم):

روش هم‌مخرج کردن دو عدد گویا:

در این روش، دو عدد را هم‌مخرج کرده و کسرهای مساوی با آن‌ها را می‌نویسیم. اگر صورت دو کسر حاصل متوالی (پشت سر هم) نباشند، کسرهایی بین دو کسر می‌نویسیم. ولی اگر صورت دو کسر حاصل متوالی باشند، صورت و مخرج دو کسر حاصل را در یک واحد بیش‌تر از تعداد عددهای گویای خواسته شده در صورت مسئله ضرب می‌کنیم. به‌عنوان مثال اگر در صورت مسئله بین دو عدد گویای داده شده، سه عدد گویا خواسته شده باشد، پس از هم‌مخرج کردن دو عدد گویا، صورت و مخرج دو کسر حاصل را در عدد ۴ ضرب می‌کنیم تا دقیقاً سه عدد گویا بین دو عدد داده شده حاصل شود.

مثال ۴۷: بین دو عدد $\frac{۳}{۸}$ و $\frac{۷}{۸}$ ، سه عدد گویا بیابید و آن‌ها را از کوچک به بزرگ بنویسید.



جواب: دو عدد $\frac{۳}{۸}$ و $\frac{۷}{۸}$ دارای مخرج‌های مساوی هستند و صورت آن‌ها متوالی نیست و می‌توان بین آن‌ها کسرهایی پیدا کرد. از آنجاکه $\frac{۳}{۸} < \frac{۷}{۸}$ ، لذا از کسر $\frac{۳}{۸}$ شروع کرده و به اندازه‌ی $\frac{۱}{۸}$ پیش می‌رویم تا بتوانیم بین $\frac{۳}{۸}$ و $\frac{۷}{۸}$ سه عدد پیدا کنیم. یعنی:



$$\frac{۳}{۸}, \frac{۳}{۸} + \frac{۱}{۸}, \frac{۴}{۸} + \frac{۱}{۸}, \frac{۵}{۸} + \frac{۱}{۸}, \frac{۷}{۸}$$

$$\frac{۳}{۸}, \frac{۴}{۸}, \frac{۵}{۸}, \frac{۶}{۸}, \frac{۷}{۸}$$

بنابراین سه عدد گویای موردنظر عبارتند از: $\frac{۴}{۸}, \frac{۵}{۸}, \frac{۶}{۸}$. ترتیب آن‌ها از کوچک به بزرگ به صورت زیر است:

$$\frac{۳}{۸} < \frac{۴}{۸} < \frac{۵}{۸} < \frac{۶}{۸} < \frac{۷}{۸}$$

مثال ۴۸: بین دو کسر $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۵}{۷}$ ، چهار کسر بیابید و آن‌ها را مرتب کنید. از این مثال و مثال قبل، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟





دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{7}$ دارای مخرج‌های مساوی نیستند. لذا ابتدا آن‌ها را هم‌مخرج می‌کنیم:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 7}{3 \times 7} = \frac{14}{21}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{15}{21}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، صورت‌های دو کسر حاصل (یعنی دو کسر $\frac{14}{21}$, $\frac{15}{21}$) متوالی هستند. پس باید صورت و

مخرج دو کسر $\frac{14}{21}$ و $\frac{15}{21}$ را در عدد ۵ ($4+1=5$) ضرب کنیم تا دقیقاً ۴ کسر حاصل شود. یعنی:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{3} = \frac{14 \times 5}{21 \times 5} = \frac{70}{105} \\ \frac{5}{7} = \frac{15 \times 5}{21 \times 5} = \frac{75}{105} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{70}{105} < \frac{71}{105} < \frac{72}{105} < \frac{73}{105} < \frac{74}{105} < \frac{75}{105} \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{71}{105} < \frac{72}{105} < \frac{73}{105} < \frac{74}{105} < \frac{5}{7}$$

از این مثال و مثال قبل نتیجه‌ی زیر به‌دست می‌آید:



۲: بین هر دو عدد گویای دلخواه، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.



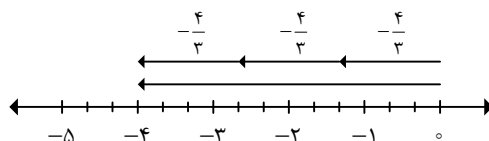
۴۹: بین دو عدد $-\frac{2}{3}$ و $-\frac{3}{4}$ ، دو عدد گویا درج کنید.



$$\left. \begin{array}{l} -\frac{2}{3} = -\frac{2 \times 4}{3 \times 4} = -\frac{8}{12} \\ -\frac{3}{4} = -\frac{3 \times 3}{4 \times 3} = -\frac{9}{12} \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{27}{36} < -\frac{26}{36} < -\frac{25}{36} < -\frac{24}{36} \Rightarrow -\frac{3}{4} < -\frac{26}{36} < -\frac{25}{36} < -\frac{2}{3}$$

علامت یک عدد گویا:

در شکل زیر، بردار -4 نشان داده شده است. اگر این بردار را به سه بردار مساوی تقسیم کنیم، هر بردار، عدد $-\frac{4}{3}$ را نشان می‌دهد.



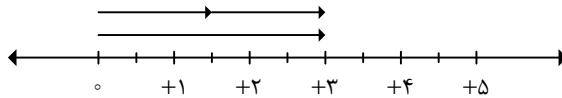
بین $\frac{1}{3}$ بردار -4 و هریک از بردارهای $-\frac{4}{3}$ ، رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$-4 \div 3 = \frac{-4}{3} = -\frac{4}{3}$$

۵۰: برای هریک از شکل‌های زیر، یک تساوی بنویسید.

مثال

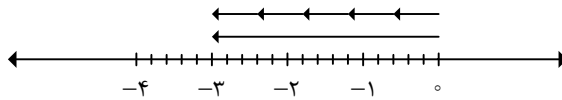
الف)



$$+3 \div 2 = \frac{+3}{2} = +\frac{3}{2}$$

جواب

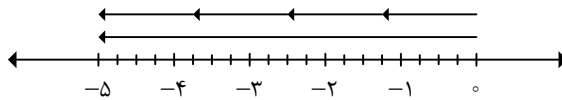
ب)



$$-3 \div 5 = \frac{-3}{5} = -\frac{3}{5}$$

جواب

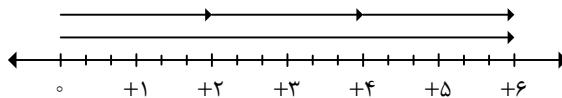
پ)



$$-5 \div 4 = \frac{-5}{4} = -\frac{5}{4}$$

جواب

ت)



$$+6 \div 3 = \frac{+6}{3} = +\frac{6}{3}$$

جواب

۳۱: در تساوی کسرها، شروع بردارها از نقطه‌ی صفر است.

نکته

۵۱: با توجه به مثال قبل، هریک از تساوی‌های زیر را کامل کنید.

مثال

الف) $\frac{-8}{3} = -\frac{8}{3}$

ب) $\frac{+26}{37} = +\frac{26}{37}$

ج) $+\frac{12}{5} = \frac{+12}{5}$

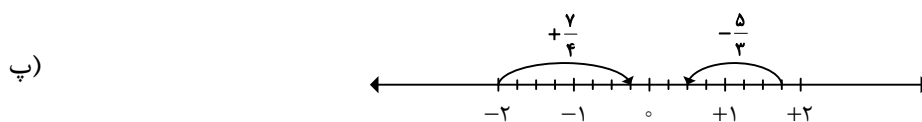
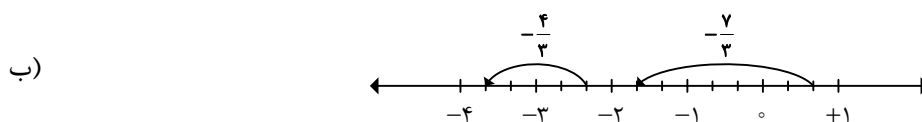
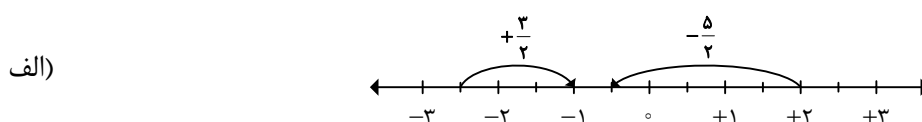
د) $-\frac{7}{9} = \frac{-7}{9}$

نمایش محوری عددهای گویا:

در سال گذشته با نمایش محوری عددهای صحیح آشنا شدیم. اکنون می‌خواهیم نمایش محوری عددهای گویا را بیان کنیم. برای نشان دادن عدد متناظر با حرکت‌های محوری عددهای گویا، مخرج کسر را که برابر تعداد قسمت‌های تقسیم شده‌ی هر واحد است، مشخص می‌کنیم. صورت کسر، برابر تعداد واحدهای تقسیم شده از نقطه‌ی ابتدا تا نقطه‌ی انتها می‌باشد. علامت حرکت محوری، با جهت حرکت برابر است.

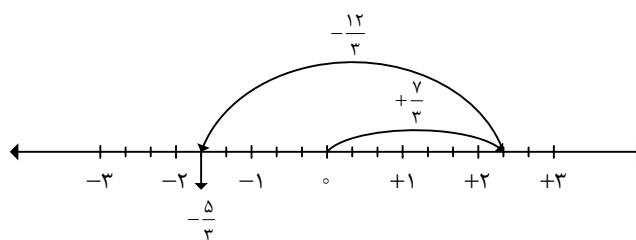


مثال ۵۲: عددی که هر حرکت محوری نشان می‌دهد را روی آن بنویسید.



جمع و تفریق عددهای گویا با استفاده از حرکت‌های محوری:

برای به‌دست آوردن حاصل جمع و تفریق عددهای گویا با استفاده از حرکت‌های محوری، مانند روش بیان شده برای محاسبه‌ی حاصل جمع و تفریق عددهای صحیح که در سال گذشته آموختیم، عمل می‌کنیم. به‌عنوان مثال:



$$\left(+\frac{7}{3}\right) + \left(-\frac{12}{3}\right) = \left(-\frac{5}{3}\right)$$

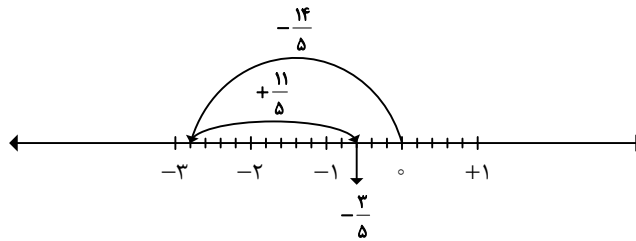
در جمع و تفریق عددهای گویا با استفاده از حرکت‌های محوری، شروع اولین حرکت از صفر است.



مثال

۵۳: برای هریک از محورهای زیر، یک جمع بنویسید.

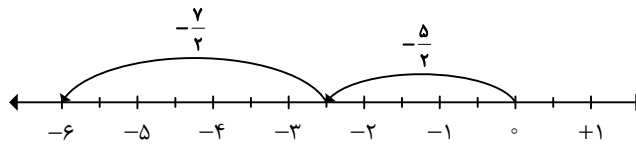
الف)



$$\left(-\frac{14}{5}\right) + \left(+\frac{11}{5}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right)$$

جواب

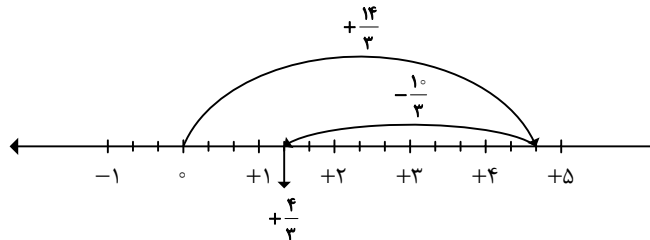
ب)



$$\left(-\frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{7}{2}\right) = (-6)$$

جواب

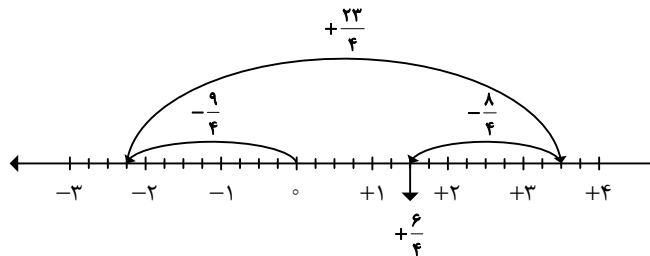
پ)



$$\left(+\frac{14}{3}\right) + \left(-\frac{10}{3}\right) = \left(+\frac{4}{3}\right)$$

جواب

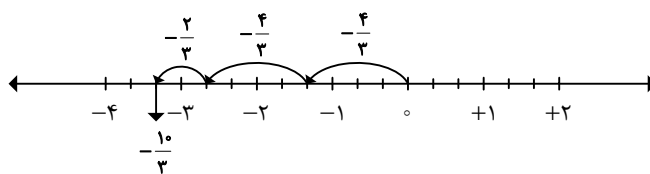
ت)



$$\left(-\frac{9}{4}\right) + \left(+\frac{23}{4}\right) + \left(-\frac{8}{4}\right) = \left(+\frac{6}{4}\right)$$

جواب

ث)



$$\left(-\frac{4}{3}\right) + \left(-\frac{4}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{10}{3}\right)$$



محاسبه‌ی حاصل تفریق دو عدد گویا با استفاده از روش تبدیل تفریق به جمع:

برای محاسبه‌ی حاصل تفریق دو عدد گویا با استفاده از روش تبدیل تفریق به جمع، مانند روش تبدیل تفریق به جمع در تفریق دو عدد صحیح عمل می‌کنیم. به‌عنوان مثال:

$$\left(-\frac{3}{4}\right) - \left(+\frac{7}{4}\right) = \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{7}{4}\right)$$

مثال ۵۴: عبارت‌های زیر را به‌صورت جمع دو عدد گویا بنویسید.



الف) $\frac{5}{8} - \frac{7}{8} = \frac{5}{8} - \left(+\frac{7}{8}\right) = \frac{5}{8} + \left(-\frac{7}{8}\right)$

ب) $\frac{3}{5} - \frac{4}{5} = \frac{3}{5} - \left(+\frac{4}{5}\right) = \frac{3}{5} + \left(-\frac{4}{5}\right)$

پ) $\left(-\frac{2}{13}\right) - \left(-\frac{5}{13}\right) = \left(-\frac{2}{13}\right) + \left(+\frac{5}{13}\right) = -\frac{2}{13} + \frac{5}{13}$

ت) $\left(+\frac{9}{17}\right) - \left(+\frac{16}{17}\right) = \frac{9}{17} + \left(-\frac{16}{17}\right)$

ث) $0/5 - 0/85 = 0/5 - (+0/85) = 0/5 + (-0/85)$

ج) $-2/3 - 5/8 = -2/3 - (+5/8) = -2/3 + (-5/8)$

چ) $25 - 18/4 = 25 - (+18/4) = 25 + (-18/4)$

ح) $-19/4 - (-32) = -19/4 + (+32)$

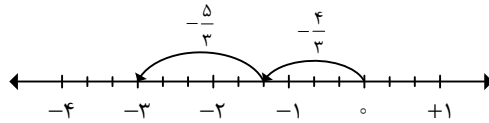
مثال ۵۵: به کمک محور، حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید. ابتدا تفریق‌ها را به جمع تبدیل کنید.



الف) $\left(-\frac{4}{3}\right) - \left(+\frac{5}{3}\right) =$

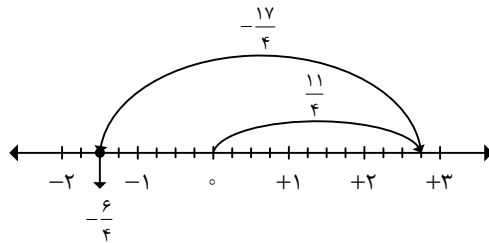


$$\left(-\frac{4}{2}\right) - \left(+\frac{5}{2}\right) = \left(-\frac{4}{2}\right) + \left(-\frac{5}{2}\right) = (-3)$$



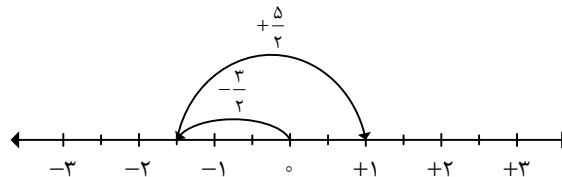
ب) $\frac{11}{4} - \left(+\frac{17}{4}\right) =$

$$\frac{11}{4} - \left(+\frac{17}{4}\right) = \frac{11}{4} + \left(-\frac{17}{4}\right) = \left(-\frac{6}{4}\right)$$



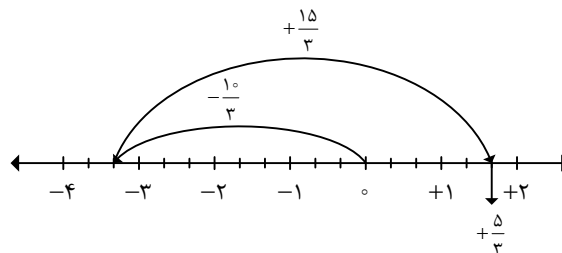
ج) $-\frac{3}{2} - \left(-\frac{5}{2}\right) =$

$$-\frac{3}{2} - \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{3}{2} + \left(+\frac{5}{2}\right) = (+1)$$



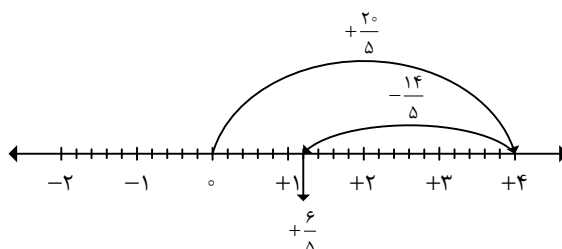
د) $\left(-3\frac{1}{3}\right) - (-5) =$

$$\left(-3\frac{1}{3}\right) - (-5) = \left(-\frac{10}{3}\right) + \left(+\frac{15}{3}\right) = \left(+\frac{5}{3}\right)$$

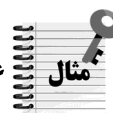


$$\text{ث) } 4 - \left(+2\frac{4}{5}\right) =$$

$$4 - \left(+2\frac{4}{5}\right) = \left(+\frac{20}{5}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right) = \left(+\frac{16}{5}\right)$$



مثال ۵۶: حاصل عبارت زیر را با استفاده از حرکت‌های محوری به دست آورید.



$$\left(-2\frac{4}{6}\right) - \left(-\frac{10}{6}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) =$$

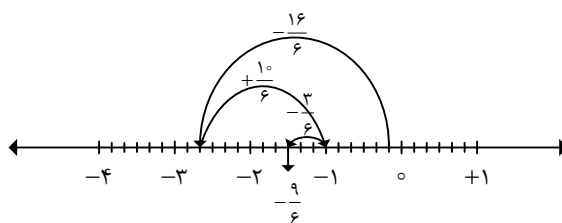
$$-2\frac{4}{6} = -\frac{16}{6}, \quad -\frac{1}{2} = -\frac{3}{6}$$



می‌دانیم:

بنابراین:

$$\left(-2\frac{4}{6}\right) - \left(-\frac{10}{6}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{16}{6}\right) + \left(+\frac{10}{6}\right) + \left(-\frac{3}{6}\right) = \left(-\frac{9}{6}\right)$$



مثال ۵۷: ابتدا عددها را به صورت تقریبی به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد کنید؛ سپس حاصل عبارت‌ها را به دست

آورید.

$$\text{الف) } -17/9 - (-8/001) + 12/87 \approx$$

$$-17/9 - (-8/001) + 12/87 \approx -18 - (-8) + 13 = -18 + 8 + 13 = -18 + 21 = 3$$



$$\text{ب) } -1\frac{14}{15} + 2\frac{1}{17} - 3\frac{2}{19} \approx$$

$$-1\frac{14}{15} + 2\frac{1}{17} - 3\frac{2}{19} \approx -2 + 2 - 3 = 0 - 3 = -3$$



$$\text{پ) } \frac{3}{8} - (-19/82) - 2\frac{5}{6} + \left(-\frac{\sqrt{15}}{2}\right) \approx$$

$$\frac{3}{8} - (-19/82) - 2\frac{5}{6} + \left(-\frac{\sqrt{15}}{2}\right) \approx 0 - (-20) - 3 + \left(-\frac{4}{2}\right) = 20 - 3 - 2 = 20 - 5 = 15$$



جمع و تفریق عددهای گویا بدون استفاده از حرکت‌های محوری:

برای به‌دست آوردن حاصل جمع و تفریق عددهای گویا بدون استفاده از حرکت‌های محوری، از روش زیر استفاده می‌کنیم:
روش مختصرنویسی:

در این روش، ابتدا پرانتزها را برداشته و مختصرنویسی می‌کنیم. دو حالت به‌وجود می‌آید:

الف) اگر مخرج‌های دو عدد گویا مساوی باشند: در این صورت یکی از مخرج‌ها را نوشته و صورت‌ها را طبق قوانین جمع و تفریق عددهای صحیح (نکته‌های ۱۱ و ۱۲) با هم جمع و تفریق می‌کنیم و حاصل را به‌دست می‌آوریم.

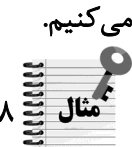
ب) اگر مخرج‌های دو عدد گویا مساوی نباشند: در این صورت ابتدا ک.م.م مخرج‌ها را که مخرج مشترک دو عدد گویا می‌باشد، به‌دست می‌آوریم؛ سپس برای هر عدد گویا، عدد گویای مساوی با آن را می‌نویسیم و پس از یکی شدن مخرج‌ها، صورت‌ها را طبق قوانین جمع و تفریق عددهای صحیح (نکته‌های ۱۱ و ۱۲) با هم جمع و تفریق می‌کنیم و حاصل را به‌دست می‌آوریم.



۳۲: در جمع و تفریق عددهای گویا اگر حداقل یکی از عددهای داده شده، عدد گویای مخلوط باشد، ابتدا آن را به عدد گویای کسری تبدیل کرده، سپس عملیات جمع و تفریق را مانند روش مختصرنویسی انجام می‌دهیم.



چنانچه حاصل جمع و تفریق به‌دست آمده قابل ساده شدن باشد، صورت آن‌ها را بر ب.م.م.شان تقسیم می‌کنیم.



۵۸: حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

$$\text{الف) } -\frac{3}{5} + \frac{2}{5} =$$

$$-\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{-3+2}{5} = -\frac{1}{5}$$



$$\text{ب) } \left(-\frac{3}{7}\right) - \left(-\frac{4}{7}\right) =$$

$$\left(-\frac{3}{7}\right) - \left(-\frac{4}{7}\right) = \frac{-3 - (-4)}{7} = \frac{-3 + 4}{7} = \frac{1}{7}$$



$$\text{پ) } \frac{12}{8} - \left(+\frac{7}{8}\right) =$$

$$\frac{12}{8} - \left(+\frac{7}{8}\right) = \frac{12 - (+7)}{8} = \frac{12 - 7}{8} = \frac{5}{8}$$



$$\text{ت) } -\frac{6}{11} - \frac{8}{11} =$$

$$-\frac{6}{11} - \frac{8}{11} = \frac{-6 - 8}{11} = -\frac{14}{11}$$



$$\text{ث) } \left(-2\frac{1}{3}\right) + \left(-4\frac{2}{3}\right) =$$

$$\left(-2\frac{1}{3}\right) + \left(-4\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{7}{3}\right) + \left(-\frac{14}{3}\right) = \frac{-7 + (-14)}{3} = \frac{-7 - 14}{3} = \frac{-21}{3} = -7$$



$$\text{ج) } -\frac{7}{9} - \left(-\frac{4}{9}\right) =$$

$$-\frac{7}{9} - \left(-\frac{4}{9}\right) = \frac{-7 - (-4)}{9} = \frac{-7 + 4}{9} = \frac{-3}{9} = -\frac{1}{3}$$



$$\text{چ) } \frac{25}{36} - \left(-1\frac{11}{36}\right) =$$

$$\frac{25}{36} - \left(-1\frac{11}{36}\right) = \frac{25}{36} - \left(-\frac{47}{36}\right) = \frac{25 - (-47)}{36} = \frac{25 + 47}{36} = \frac{72}{36} = 2$$



۵۹: حاصل جمع‌ها و تفریق‌های زیر را به دست آورید.



$$\text{الف) } \frac{5}{7} - \frac{3}{4} =$$

$$[7, 4] = 28$$



$$\frac{5}{7} - \frac{3}{4} = \frac{20}{28} - \frac{21}{28} = \frac{20-21}{28} = -\frac{1}{28}$$

ب) $\left(-\frac{6}{5}\right) + \left(-\frac{12}{25}\right) =$

$$[5, 25] = 25$$

$$\left(-\frac{6 \times 5}{5 \times 5}\right) + \left(-\frac{12}{25}\right) = \left(-\frac{30}{25}\right) + \left(-\frac{12}{25}\right) = \frac{-30-12}{25} = -\frac{42}{25} = -1\frac{17}{25}$$

پ) $\frac{9}{10} + \left(-\frac{13}{15}\right) =$

$$[10, 15] = 30$$

$$\frac{9 \times 3}{10 \times 3} + \left(-\frac{13}{15}\right) = \frac{27}{30} + \left(-\frac{26}{30}\right) = \frac{27-26}{30} = \frac{1}{30}$$

ث) $-\left(-\frac{1}{12}\right) + \frac{1}{18} =$

$$[12, 18] = 36$$

$$-\left(-\frac{1}{12}\right) + \frac{1}{18} = \frac{1 \times 3}{12 \times 3} + \frac{1 \times 2}{18 \times 2} = \frac{3}{36} + \frac{2}{36} = \frac{3+2}{36} = \frac{5}{36}$$

ث) $-\frac{2}{5} - \frac{-2}{3} =$

$$[5, 3] = 15$$

$$-\frac{2 \times 3}{5 \times 3} - \frac{-2 \times 5}{3 \times 5} = -\frac{6}{15} - \frac{-10}{15} = \frac{-6 - (-10)}{15} = \frac{-6+10}{15} = \frac{4}{15}$$

ج) $\left(-\frac{17}{4}\right) - \left(-\frac{35}{6}\right) =$

$$[4, 6] = 12$$

$$\left(-\frac{17}{4}\right) - \left(-\frac{35}{6}\right) = \left(-\frac{17 \times 3}{4 \times 3}\right) - \left(-\frac{35 \times 2}{6 \times 2}\right) = \left(-\frac{51}{12}\right) - \left(-\frac{46}{12}\right) = \frac{-51 - (-46)}{12} = \frac{-51+46}{12} = -\frac{5}{12}$$



۶۰. حاصل هر عبارت را به ساده‌ترین روش به دست آورید.

مثال

$$\text{الف)} \left(-\frac{۴}{۷}\right) - \left(-\frac{۵}{۹}\right) =$$

$$\left(-\frac{۴ \times ۹}{۷ \times ۹}\right) - \left(-\frac{۵ \times ۷}{۹ \times ۷}\right) = \frac{-۳۶ + ۳۵}{۶۳} = -\frac{۱}{۶۳}$$

$$\text{ب)} -\frac{۳}{۴} - \frac{۱۵}{۸} =$$

$$-\frac{۳ \times ۲}{۴ \times ۲} - \frac{۱۵}{۸} = \frac{-۶ - ۱۵}{۸} = -\frac{۲۱}{۸} = -۲\frac{۵}{۸}$$

$$\text{پ)} -۴ + \frac{۳}{۷} =$$

$$-\frac{۴ \times ۷}{۱ \times ۷} + \frac{۳}{۷} = \frac{-۲۸ + ۳}{۷} = -\frac{۲۵}{۷} = -۳\frac{۴}{۷}$$

$$\text{ت)} -۴ - \frac{۳}{۷} =$$

$$-\frac{۴ \times ۷}{۱ \times ۷} - \frac{۳}{۷} = \frac{-۲۸ - ۳}{۷} = -\frac{۳۱}{۷} = -۴\frac{۳}{۷}$$

$$\text{ث)} -\frac{۴}{۱۵} + \frac{۴}{۵} =$$

$$-\frac{۴}{۱۵} + \frac{۴ \times ۳}{۵ \times ۳} = \frac{-۴ + ۱۲}{۱۵} = \frac{۸}{۱۵}$$

$$\text{ج)} -۴\frac{۱}{۵} - ۲\frac{۱}{۲} =$$

$$-۴\frac{۱}{۵} - ۲\frac{۱}{۲} = -\frac{۲۱ \times ۲}{۵ \times ۲} - \frac{۵ \times ۵}{۲ \times ۵} = \frac{-۴۲ - ۲۵}{۱۰} = -\frac{۶۷}{۱۰} = -۶\frac{۷}{۱۰}$$

$$\text{چ)} ۷\frac{۱}{۳} - ۱۰\frac{۱}{۴} =$$

$$۷\frac{۱}{۳} - ۱۰\frac{۱}{۴} = \frac{۲۲ \times ۴}{۳ \times ۴} - \frac{۴۱ \times ۳}{۴ \times ۳} = \frac{۸۸ - ۱۲۳}{۱۲} = -\frac{۳۵}{۱۲} = -۲\frac{۱۱}{۱۲}$$

جواب

جواب

جواب

جواب

جواب

جواب

جواب

ح) $\frac{8}{9} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} =$

$$\frac{8 \times 4}{9 \times 4} - \frac{1 \times 6}{6 \times 6} - \frac{1 \times 9}{4 \times 9} = \frac{32 - 6 - 9}{36} = \frac{32 - 15}{36} = \frac{17}{36}$$



خ) $-4\frac{2}{15} - \left(-\frac{6}{25}\right) =$

$$-4\frac{2}{15} - \left(-\frac{6}{25}\right) = -\frac{62 \times 5}{15 \times 5} - \left(-\frac{6 \times 3}{25 \times 3}\right) = \frac{-310 + 18}{75} = -\frac{292}{75} = -3\frac{67}{75}$$



نکته ۳۲: در جمع و تفریق عددهای گویا، چنانچه عددهای داده شده به صورت اعشاری باشند، مانند قوانین جمع و تفریق عددهای صحیح (نکته‌های ۱۱ و ۱۲) عمل می‌کنیم.



مثال ۶۱: حاصل هر عبارت را به دست آورید.

الف) $-\frac{1}{25} + \frac{1}{75} = \frac{1}{50}$

ب) $\frac{1}{7} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{5}$

پ) $\frac{12}{7} - \frac{18}{94} = -\frac{6}{24}$

ت) $-\frac{4}{1} - \frac{3}{7} = -\frac{7}{8}$

ث) $-25 + \frac{7}{2} = -\frac{17}{8}$

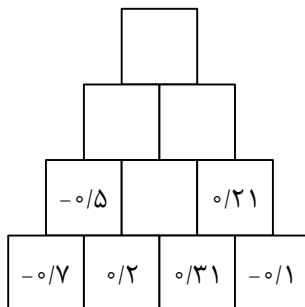
ج) $\frac{89}{1001} - \frac{62}{5} = \frac{26}{951}$

چ) $-\frac{32}{8} + \frac{45}{4} = \frac{12}{6}$

ح) $-\frac{1}{10062} + 4 = \frac{3}{9938}$



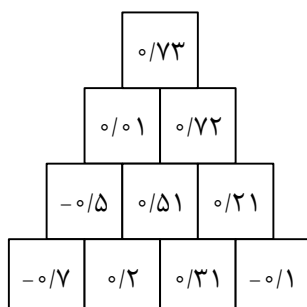
مثال ۶۲: به کمک الگویابی جاهای خالی شکل را کامل کنید.





همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، حاصل جمع هر دو عدد کنار هم، عدد بالای آن‌ها را ساخته است. بنابراین

می‌توانیم با استفاده از این الگو، شکل را به صورت زیر کامل کنیم:



ضرب عددهای گویا:

برای به دست آوردن حاصل ضرب عددهای گویا، کافی است ابتدا ضرب عددهای گویا را به ضرب عددهای صحیح تبدیل کنیم، سپس طبق روش ساده کردن کسرهایی که در صورت و مخرج آن‌ها ضرب چند عدد صحیح است (نکته ۱۹) عمل کنیم. علامت جواب نیز طبق جدول ضرب علامت‌ها تعیین می‌گردد.



مثال ۶۳: حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\left(-\frac{۴}{۳}\right) \times \left(+\frac{۹}{۴}\right) =$

$$\left(-\frac{۴}{۳}\right) \times \left(+\frac{۹}{۴}\right) = \frac{-۴}{۳} \times \frac{+۹}{۴} = \frac{(-۴) \times (+۹)}{۳ \times ۴} = -\frac{\cancel{۴}^1 \times \cancel{۹}^3}{\cancel{۳}^1 \times \cancel{۴}^1} = -۳$$



ب) $-\frac{۳}{۵} \times \left(-\frac{۱۰}{۹}\right) =$

$$-\frac{۳}{۵} \times \left(-\frac{۱۰}{۹}\right) = \frac{-۳}{۵} \times \frac{-۱۰}{۹} = \frac{(-۳) \times (-۱۰)}{۵ \times ۹} = +\frac{\cancel{۳}^1 \times \cancel{۱۰}^2}{\cancel{۵}^1 \times \cancel{۹}^3} = \frac{۲}{۳}$$



پ) $-\frac{۱۲}{۲۵} \times \frac{۱۵}{۱۶} =$

$$-\frac{۱۲}{۲۵} \times \frac{۱۵}{۱۶} = \frac{-۱۲}{۲۵} \times \frac{۱۵}{۱۶} = \frac{(-۱۲) \times ۱۵}{۲۵ \times ۱۶} = -\frac{\cancel{۱۲}^3 \times \cancel{۱۵}^3}{\cancel{۲۵}^5 \times \cancel{۱۶}^4} = -\frac{۹}{۲۰}$$



ت) $-\frac{۲}{۹} \times \left(-\frac{۴}{۷}\right) =$

$$-\frac{2}{9} \times \left(-\frac{4}{7}\right) = \frac{-2}{9} \times \frac{-4}{7} = \frac{(-2) \times (-4)}{9 \times 7} = + \frac{2 \times 4}{9 \times 7} = \frac{8}{63}$$



ث) $\left(-\frac{3}{10}\right) \times \left(+\frac{8}{12}\right) =$

$$\left(-\frac{3}{10}\right) \times \left(+\frac{8}{12}\right) = \frac{-3}{10} \times \frac{+8}{12} = \frac{(-3) \times (+8)}{10 \times 12} = -\frac{\cancel{3} \times \cancel{8}}{\cancel{10} \times \cancel{12}} = -\frac{1}{5}$$



ج) $-\frac{4}{7} \times (+12) =$

$$-\frac{4}{7} \times (+12) = \frac{-4}{7} \times \frac{+12}{1} = \frac{(-4) \times (+12)}{7 \times 1} = -\frac{4 \times 12}{7 \times 1} = -\frac{48}{7}$$



نکته ۳۴: در ضرب عددهای گویا اگر حداقل یکی از عددهای داده شده، عدد گویای مخلوط یا اعشاری باشد، ابتدا آن را به عدد گویای کسری تبدیل کرده، سپس عملیات ضرب را مانند روش بیان شده در ضرب عددهای گویا انجام می‌دهیم.



۶۴: حاصل عبارتهای زیر را به ساده‌ترین روش تعیین کنید.



الف) $\left(-\frac{6}{35}\right) \times \left(-\frac{21}{8}\right) =$

$$\left(-\frac{6}{35}\right) \times \left(-\frac{21}{8}\right) = + \frac{6}{35} \times \frac{21}{8} = \frac{\cancel{6} \times \cancel{21}}{\cancel{35} \times 8} = \frac{9}{20}$$



ب) $\left(-\frac{3}{11}\right) \times \left(+\frac{11}{6}\right) =$

$$\left(-\frac{3}{11}\right) \times \left(+\frac{11}{6}\right) = -\frac{\cancel{3} \times \cancel{11}}{\cancel{11} \times 6} = -\frac{1}{2}$$



پ) $-1/2 \times (-1) =$

$$-1/2 \times (-1/1) = -\frac{12}{10} \times \left(-\frac{1}{10}\right) = +\frac{\cancel{12} \times 1}{\cancel{10} \times \cancel{10}} = \frac{3}{25}$$



$$\text{ت) } -2\frac{1}{4} \times \left(-1\frac{1}{3}\right) =$$

$$-2\frac{1}{4} \times \left(-1\frac{1}{3}\right) = -\frac{9}{4} \times \left(-\frac{4}{3}\right) = +\frac{\cancel{9} \times \cancel{4}}{\cancel{4} \times \cancel{3}} = 3$$



$$\text{ث) } \left(-5\frac{1}{4}\right) \times \left(-2\frac{2}{7}\right) =$$

$$\left(-5\frac{1}{4}\right) \times \left(-2\frac{2}{7}\right) = \left(-\frac{21}{4}\right) \times \left(-\frac{16}{7}\right) = +\frac{\cancel{21} \times \cancel{16}}{\cancel{4} \times \cancel{7}} = \frac{12}{1} = 12$$



$$\text{ج) } \left(-2\frac{2}{7}\right) \times 7\frac{1}{2} =$$

$$\left(-2\frac{2}{7}\right) \times 7\frac{1}{2} = \left(-\frac{16}{7}\right) \times \left(\frac{15}{2}\right) = -\frac{\cancel{16} \times 15}{7 \times \cancel{2}} = -\frac{120}{7}$$



$$\text{چ) } \left(-13\frac{1}{3}\right) \times \left(-4\frac{4}{5}\right) =$$

$$\left(-13\frac{1}{3}\right) \times \left(-4\frac{4}{5}\right) = \left(-\frac{40}{3}\right) \times \left(-\frac{24}{5}\right) = +\frac{\cancel{40} \times \cancel{24}}{\cancel{3} \times \cancel{5}} = \frac{64}{1} = 64$$



معکوس عددهای گویا:

برای به دست آوردن معکوس یک عدد گویا (به جز صفر) همانند معکوس کسرها جای صورت و مخرج آن‌ها را عوض می‌کنیم.

علامت معکوس یک عدد گویا، با علامت خود آن عدد گویا برابر است. یعنی با معکوس کردن یک عدد گویا،



علامت آن تغییری نمی‌کند.



۳۵: عدد صفر تنها عددی است که معکوس ندارد؛ زیرا کسری که مخرج آن صفر باشد، تعریف نشده است.



۳۶: تنها عددهایی که معکوس آن‌ها با خودشان برابر است، عددهای ۱ و -۱ می‌باشند.



۳۷: برای به دست آوردن معکوس یک عدد گویای مخلوطی یا اعشاری، کافی است ابتدا آن را به عدد گویای کسری تبدیل کرده، سپس معکوس را تعیین کنیم.



۶۵: معکوس عددهای زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } +\frac{17}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} +\frac{5}{17}$$

$$\text{ب) } -2\frac{3}{8} = -\frac{19}{8} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{8}{19}$$

$$\text{پ) } -3 \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{1}{3}$$

$$\text{ت) } -4\frac{1}{3} = -\frac{13}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{3}{13}$$

$$\text{ث) } +\frac{1}{102} \xrightarrow{\text{معکوس}} +102$$

$$\text{ج) } 0/1 = \frac{1}{10} \xrightarrow{\text{معکوس}} 10$$

$$\text{چ) } -5/82 = -\frac{582}{100} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{100}{582}$$



۶۶: قرینه‌ی معکوس عدد $-5\frac{2}{11}$ را بیابید.



$$-5\frac{2}{11} = -\frac{57}{11} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{11}{57} \xrightarrow{\text{قرینه}} +\frac{11}{57}$$

مثال

۶۷: معکوس عددهای -۵ ، $۳\frac{۱}{۱۹}$ و $۱۲/۶$ را حساب کرده و حاصل ضرب این عددها در معکوسشان را به دست آورید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

جواب

$$-۵ \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{۱}{۵} \Rightarrow (-۵) \times \left(-\frac{۱}{۵}\right) = +\frac{\cancel{۵} \times ۱}{۱ \times \cancel{۵}} = ۱$$

$$-۳\frac{۱}{۱۹} = -\frac{۶۵}{۱۹} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{۱۹}{۶۵} \Rightarrow \left(-\frac{۶۵}{۱۹}\right) \times \left(-\frac{۱۹}{۶۵}\right) = +\frac{\cancel{۶۵} \times \cancel{۱۹}}{\cancel{۱۹} \times \cancel{۶۵}} = ۱$$

$$۱۲/۶ = \frac{۱۲۶}{۱۰} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{۱۰}{۱۲۶} \Rightarrow \frac{۱۲۶}{۱۰} \times \frac{۱۰}{۱۲۶} = \frac{\cancel{۱۲۶} \times \cancel{۱۰}}{\cancel{۱۰} \times \cancel{۱۲۶}} = ۱$$

از این مثال نتیجه‌ی زیر به دست می‌آید:

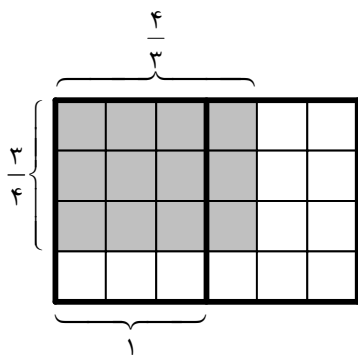
نتیجه

۳: حاصل ضرب هر عدد گویا در معکوس آن، همواره برابر ۱ است.

مثال

۶۸: در هریک از شکل‌های زیر، نشان دهید حاصل ضرب کسر در معکوسش برابر ۱ است.

الف)



$$\frac{۳}{۴} \times \frac{۴}{۳} =$$

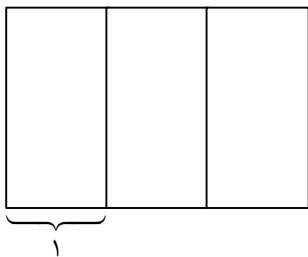
جواب

در شکل داده شده یک واحد کامل، کسر $\frac{۱۲}{۱۲}$ است. از طرفی همان‌طور که مشاهده می‌کنیم ۳ ردیف و ۴ ستون رنگ شده است و در کل ۱۲ مربع رنگی حاصل شده است. پس می‌توان گفت یک واحد کامل رنگ شده است (یعنی

$\frac{۱۲}{۱۲}$ شکل رنگ شده است). لذا داریم:

$$\frac{۳}{۴} \times \frac{۴}{۳} = ۱$$

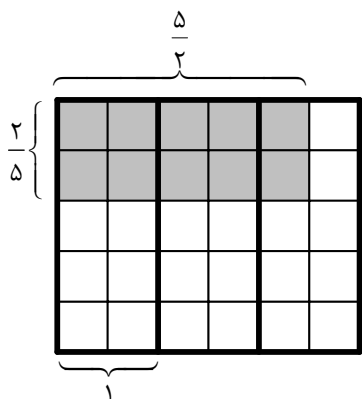
ب)



$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} =$$



در شکل زیر یک واحد کامل، کسر $\frac{10}{10}$ است. از طرفی همان طور که مشاهده می‌کنیم ۲ ردیف و ۵ ستون رنگ شده است و در کل ۱۰ مربع رنگی حاصل شده است. پس می‌توان گفت یک واحد کامل (یعنی $\frac{10}{10}$) رنگ شده است.



$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1$$

تقسیم عددهای گویا:

برای به‌دست آوردن حاصل تقسیم عددهای گویا، ابتدا عدد گویای اولی را نوشته و علامت تقسیم را به ضرب تبدیل کرده و کسر دوم را معکوس می‌کنیم، سپس مانند ضرب عددهای گویا عمل می‌کنیم. علامت جواب نیز طبق تقسیم علامت‌ها تعیین می‌گردد.

مثال ۶۹: حاصل تقسیم‌های زیر را به‌دست آورید.



الف) $\left(-\frac{15}{12}\right) \div \left(+\frac{10}{18}\right) =$

$$\left(-\frac{15}{12}\right) \div \left(+\frac{10}{18}\right) = -\left(\frac{15}{12} \div \frac{10}{18}\right) = -\left(\frac{15}{12} \times \frac{18}{10}\right) = -\frac{\cancel{15}^3 \times \cancel{18}^2}{\cancel{12}_4 \times \cancel{10}_2} = -\frac{9}{4}$$



ب) $-\frac{6}{35} \div \left(-\frac{8}{21}\right) =$

$$-\frac{6}{35} \div \left(-\frac{8}{21}\right) = + \left(\frac{6}{35} \div \frac{8}{21}\right) = + \left(\frac{6}{35} \times \frac{21}{8}\right) = + \frac{\cancel{6}^3 \times \cancel{21}^3}{\cancel{35}_5 \times \cancel{8}_4} = -\frac{9}{20}$$



پ) $\left(-\frac{8}{9}\right) \div (-8) =$

$$\left(-\frac{8}{9}\right) \div (-8) = + \left(\frac{8}{9} \div 8\right) = + \left(\frac{8}{9} \times \frac{1}{8}\right) = + \frac{\cancel{8}^1 \times 1}{9 \times \cancel{8}_1} = \frac{1}{9}$$



ت) $(-15) \div (+12) =$

$$(-15) \div (+12) = - (15 \div 12) = - \left(\frac{15}{1} \times \frac{1}{12}\right) = - \frac{\cancel{15}^5 \times 1}{1 \times \cancel{12}_4} = -\frac{5}{4}$$



ث) $\left(-\frac{7}{9}\right) \div \left(-\frac{28}{27}\right) =$

$$\left(-\frac{7}{9}\right) \div \left(-\frac{28}{27}\right) = + \left(\frac{7}{9} \div \frac{28}{27}\right) = + \left(\frac{7}{9} \times \frac{27}{28}\right) = + \frac{\cancel{7}^1 \times \cancel{27}^3}{\cancel{9}_3 \times \cancel{28}_4} = \frac{3}{4}$$



ج) $-2 \div \left(-\frac{2}{5}\right) =$

$$-2 \div \left(-\frac{2}{5}\right) = + \left(2 \div \frac{2}{5}\right) = + \left(\frac{2}{1} \times \frac{5}{2}\right) = + \frac{\cancel{2}^1 \times 5}{1 \times \cancel{2}_1} = 5$$



۳۸: در تقسیم عددهای گویا اگر حداقل یکی از عددهای داده شده، عدد گویای مخلوط یا اعشاری باشد، ابتدا آن را به عدد گویای کسری تبدیل کرده، سپس عملیات ضرب را مانند روش بیان شده در تقسیم عددهای گویا انجام می‌دهیم.

۷۰: حاصل عبارتهای زیر را به ساده‌ترین روش تعیین کنید.

مثال

الف) $\left(-2\frac{2}{5}\right) \div \left(+\frac{6}{25}\right) =$

$$\left(-2\frac{2}{5}\right) \div \left(+\frac{6}{25}\right) = \left(-\frac{12}{5}\right) \div \left(+\frac{6}{25}\right) = -\left(\frac{12}{5} \div \frac{6}{25}\right) = -\left(\frac{12}{5} \times \frac{25}{6}\right) = -\frac{\cancel{12}^2 \times \cancel{25}^5}{\cancel{5}^1 \times \cancel{6}^1} = -10$$

جواب

ب) $-2/4 \div 1/2 =$

$$-2/4 \div 1/2 = -\frac{24}{10} \div \frac{12}{10} = -\left(\frac{24}{10} \div \frac{12}{10}\right) = -\left(\frac{24}{10} \times \frac{10}{12}\right) = -\frac{\cancel{24}^2 \times \cancel{10}^1}{\cancel{10}^1 \times \cancel{12}^1} = -2$$

جواب

پ) $\left(-2\frac{2}{3}\right) \div \left(+\frac{16}{9}\right) =$

$$\left(-2\frac{2}{3}\right) \div \left(+\frac{16}{9}\right) = \left(-\frac{8}{3}\right) \div \left(+\frac{16}{9}\right) = -\left(\frac{8}{3} \div \frac{16}{9}\right) = -\left(\frac{8}{3} \times \frac{9}{16}\right) = -\frac{\cancel{8}^1 \times \cancel{9}^3}{\cancel{3}^1 \times \cancel{16}^2} = -\frac{3}{2}$$

جواب

ت) $\frac{7}{10} \div \left(-\frac{14}{15}\right) =$

$$\frac{7}{10} \div \left(-\frac{14}{15}\right) = -\left(\frac{7}{10} \div \frac{14}{15}\right) = -\left(\frac{7}{10} \times \frac{15}{14}\right) = -\frac{\cancel{7}^1 \times \cancel{15}^3}{\cancel{10}^2 \times \cancel{14}^2} = -\frac{3}{4}$$

جواب

ث) $-4\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{4} =$

$$-4\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{4} = -\frac{9}{2} \div \frac{5}{4} = -\left(\frac{9}{2} \div \frac{5}{4}\right) = -\left(\frac{9}{2} \times \frac{4}{5}\right) = -\frac{9 \times \cancel{4}^2}{\cancel{2}^1 \times 5} = -\frac{18}{5}$$

جواب

ج) $\frac{28}{50} \div (-0.056) =$

$$\frac{28}{50} \div (-0.056) = \frac{28}{50} \div \left(-\frac{56}{1000}\right) = -\left(\frac{28}{50} \div \frac{56}{1000}\right) = -\left(\frac{28}{50} \times \frac{1000}{56}\right) = -\frac{\cancel{28}^1 \times \cancel{1000}^3}{\cancel{50}^2 \times \cancel{56}^1} = -10$$

جواب



۷۱: هر دسته از تساوی‌های زیر را کامل کنید و بگویید چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

الف)

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \div \frac{3}{5} = \\ \frac{3}{5} \text{ معکوس} = \end{array} \right.$$



جواب

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \div \frac{3}{5} = 1 \times \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \\ \frac{3}{5} \text{ معکوس} = \frac{5}{3} \end{array} \right.$$

ب)

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \div \left(-\frac{3}{4} \right) = \\ -\frac{3}{4} \text{ معکوس} = \end{array} \right.$$



جواب

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \div \left(-\frac{3}{4} \right) = 1 \times \left(-\frac{4}{3} \right) = -\frac{4}{3} \\ -\frac{3}{4} \text{ معکوس} = -\frac{4}{3} \end{array} \right.$$

پ)

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \div \left(-\frac{7}{2} \right) = \\ -\frac{7}{2} \text{ معکوس} = \end{array} \right.$$



$$\begin{cases} 1 \div \left(-\frac{7}{2}\right) = 1 \times \left(-\frac{2}{7}\right) = -\frac{2}{7} \\ -\frac{7}{2} \text{ معکوس} = -\frac{2}{7} \end{cases}$$

از این مثال نتیجه‌ی زیر به دست می‌آید:

نتیجه ۴: حاصل تقسیم عدد ۱ بر هر عدد غیرصفر، همواره با معکوس آن عدد برابر است.

مثال ۷۲: حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{1}{\frac{35}{8}} \div \left(-\frac{16}{21}\right) =$$

$$\frac{1}{\frac{35}{8}} \div \left(-\frac{16}{21}\right) = \frac{8}{35} \div \left(-\frac{16}{21}\right) = -\left(\frac{8}{35} \div \frac{16}{21}\right) = -\left(\frac{8}{35} \times \frac{21}{16}\right) = -\frac{\cancel{8} \times \cancel{21}^3}{\cancel{35}^5 \times \cancel{16}^2} = -\frac{3}{10}$$



طبقه‌بندی کسرها:

به مثال زیر توجه کنید:

مثال ۷۳: الف) کسرهای زیر را مانند نمونه و به کمک ماشین حساب، به عددهای اعشاری تبدیل کنید.

۱) $\frac{2}{5} = 2 \div 5 = 0.4$

۲) $\frac{17}{20} = 17 \div 20 = 0.85$

۳) $\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0.375$

۴) $\frac{5}{4} = 5 \div 4 = 1.25$

۵) $\frac{3}{7} \approx 3 \div 7 \approx 0.428571\dots$

۶) $\frac{5}{6} \approx 5 \div 6 \approx 0.8333\dots$

۷) $\frac{2}{3} \approx 2 \div 3 \approx 0.6666\dots$

ب) بین عددهای حاصل چه تفاوتی مشاهده می‌کنید؟ آیا می‌توانید کسرها را طبقه‌بندی کنید؟



همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، برای تبدیل یک کسر به عدد اعشاری، حالت‌های مختلفی وجود دارد که در زیر به تقسیم‌بندی آن‌ها می‌پردازیم:

حالت اول: اگر مخرج کسر عامل ۲ یا ۵ یا هر دو را داشته باشد، از تقسیم صورت کسر بر مخرج آن، یک عدد اعشاری دقیق حاصل می‌شود و باقی‌مانده‌ی تقسیم صورت کسر بر مخرج آن پس از تقسیم اعشاری برابر صفر خواهد بود.

حالت دوم: اگر مخرج کسر عامل ۲ یا ۵ یا هر دو را نداشته باشد، از تقسیم صورت کسر بر مخرج آن، عدد اعشاری دقیقی حاصل نمی‌شود و باقی‌مانده‌ی تقسیم صورت کسر بر مخرج آن پس از تقسیم اعشاری برابر صفر نخواهد بود. در این‌گونه کسرها ممکن است از تقسیم صورت کسر بر مخرج آن، عدد اعشاری‌ای حاصل شود که یک یا دو رقم یا حتی بیش‌تر رقم، تکرار شوند. مانند: $\frac{5}{6} = 0.8333\dots$ که در آن رقم ۳ تکرار شده است.



طبقه‌بندی کسرها را به‌صورت کامل در کتاب پیشرفته بیان می‌کنیم.

حل برخی مسائل مهم عددهای گویا:



مثال ۷۴: حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

$$\text{الف) } \left[\frac{3}{5} - \left(+\frac{2}{5} \right) \right] \times \frac{5}{12} =$$

$$\left[\frac{3}{5} - \left(+\frac{2}{5} \right) \right] \times \frac{5}{12} = \left[\frac{3 - (+2)}{5} \right] \times \frac{5}{12} = \frac{3 - 2}{5} \times \frac{5}{12} = \frac{1}{5} \times \frac{5}{12} = \frac{1 \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times 12} = \frac{1}{12}$$



$$\text{ب) } \left(-\frac{3}{8} + \frac{1}{6} - \frac{8}{9} \right) \div \left(-\frac{7}{24} \right) =$$

$$\left(-\frac{3 \times 9}{8 \times 9} + \frac{1 \times 12}{6 \times 12} - \frac{8 \times 8}{9 \times 8} \right) \div \left(-\frac{7}{24} \right) = \left(\frac{-27 + 12 - 64}{72} \right) \div \left(-\frac{7}{24} \right) = \left(-\frac{79}{72} \right) \div \left(-\frac{7}{24} \right)$$

$$= + \left(\frac{79}{72} \div \frac{7}{24} \right) = + \left(\frac{79}{72} \times \frac{24}{7} \right) = \frac{79 \times \cancel{24}}{\cancel{24} \times 7} = \frac{79}{7}$$



$$\text{پ) } -1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} \times \left(-\frac{8}{5} \right) =$$

$$-1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} \times \left(-\frac{1}{5}\right) = -\frac{5}{3} - \frac{5}{4} \times \left(-\frac{1}{5}\right) = -\frac{5}{3} + \frac{\cancel{5} \times \cancel{1}}{\cancel{4} \times \cancel{5}} = -\frac{5}{3} + \frac{2}{1} = \frac{-5+6}{3} = \frac{1}{3}$$



ت) $\left(-2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}\right) \div \left(-1\frac{1}{4} \times \frac{-2}{5}\right) =$

$$\begin{aligned} \left(-2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}\right) \div \left(-1\frac{1}{4} \times \frac{-2}{5}\right) &= \left(-\frac{5}{2} + \frac{4}{3}\right) \div \left(-\frac{5}{4} \times \frac{-2}{5}\right) = \left(\frac{-15+8}{6}\right) \div \left(+\frac{\cancel{5} \times \cancel{2}}{\cancel{4} \times \cancel{5}}\right) \\ &= \left(-\frac{7}{6}\right) \div \left(+\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{7}{6} \div \frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{7}{6} \times \frac{2}{1}\right) = -\left(\frac{7 \times \cancel{2}}{\cancel{6} \times 1}\right) = -\frac{7}{3} \end{aligned}$$



ث) $(-4+28) \times \left[\left(-\frac{3}{2}\right) - 2\frac{2}{3}\right] =$

$$\begin{aligned} (-4+28) \times \left[\left(-\frac{3}{2}\right) - 2\frac{2}{3}\right] &= (+24) \times \left(-\frac{3}{2} - \frac{8}{3}\right) = (+24) \times \left(\frac{-9-16}{6}\right) \\ &= (+24) \times \left(-\frac{25}{6}\right) = -\frac{\cancel{24} \times 25}{1 \times \cancel{6}} = -100 \end{aligned}$$



۷۵: حاصل هر عبارت را به ساده‌ترین روش به دست آورید.



الف) $\frac{\left(-3\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{6}{35}\right)}{(-28) \div (+7)} =$

$$\begin{aligned} \frac{\left(-3\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{6}{35}\right)}{(-28) \div (+7)} &= \frac{\left(-\frac{7}{2}\right) \times \left(-\frac{6}{35}\right)}{-4} = \frac{+\frac{\cancel{7} \times \cancel{6}}{\cancel{2} \times \cancel{35}}}{-4} = \frac{+\frac{3}{5}}{-4} = -\left(\frac{3}{5} \div 4\right) = -\left(\frac{3}{5} \times \frac{1}{4}\right) = -\frac{3}{20} \end{aligned}$$



$$\text{ب) } \frac{2\frac{1}{2} + \left(-\frac{3}{4}\right)}{1\frac{1}{15} + \frac{1}{10}} =$$



$$\frac{2\frac{1}{2} + \left(-\frac{3}{4}\right)}{1\frac{1}{15} + \frac{1}{10}} = \frac{\frac{5 \times 2}{2 \times 2} - \frac{3}{4}}{\frac{16 \times 2}{15 \times 2} + \frac{1 \times 2}{10 \times 2}} = \frac{\frac{10 - 3}{4}}{\frac{32 + 2}{30}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{34}{30}} = \frac{7}{4} \div \frac{34}{30} = \frac{7}{4} \times \frac{30}{34} = \frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 17} = \frac{3}{2}$$

۷۶: عدد گویایی بیابید که اگر آن را در عبارت $\left(\frac{-17+5}{-5-3}\right)$ ضرب کنیم، حاصل برابر $\left(-\frac{1}{4}\right)$ شود.



عدد گویای موردنظر را \square در نظر می‌گیریم. داریم:



$$\square \times \left(\frac{-17+5}{-5-3}\right) = \left(-\frac{1}{4}\right) \Rightarrow \square \times \left(\frac{-12}{-8}\right) = \left(-\frac{1}{4}\right) \Rightarrow \square = \left(-\frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{-12}{-8}\right) \Rightarrow$$

$$\square = \left(-\frac{1}{4}\right) \div \left(+\frac{12}{8}\right) = -\left(\frac{1}{4} \div \frac{12}{8}\right) = -\left(\frac{1}{4} \times \frac{8}{12}\right) = -\frac{1 \times 2}{1 \times 6} = -\frac{1}{6}$$



۱- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $-4 \times [-6 \div (-3)] =$

ب) $-(5-7) \times (6-20) \div (-7) =$

پ) $[75 \div (-25)] \times [-17 - (-15) + 17] =$

ت) $[(-420) \div (+14)] \div [(-5) \times (-3)] =$

ث) $(-46 - 24) \div [(-7) \times (-3 + 8)] =$

ج) $[-5 - (-9)] \times [(-14) \div (+2)] =$

۲- حاصل عبارتهای زیر را به ساده‌ترین روش به دست آورید.

الف) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 199 - 200 =$

ب) $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 856 =$

پ) $(20-2)(19-2)(18-2)\dots(-19-2)(-20-2) =$

۳- حاصل هریک از جمع و تفریق‌های زیر را با استفاده از حرکت‌های محوری به دست آورید.

الف) $\left(-2\frac{3}{4}\right) + \left(+\frac{21}{4}\right) =$

ب) $\left(+\frac{16}{3}\right) - (+4) =$

پ) $\left(-\frac{7}{5}\right) - \left(-\frac{13}{5}\right) =$

ت) $\left(-1\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{5}{2}\right) =$

۴- حاصل هر عبارت را تعیین کنید.

الف) $\frac{\frac{3}{4} - \frac{7}{3} + \frac{5}{6}}{-4 - 2 + 3} =$

ب) $\frac{-4 - (2 - 27)}{-8 + 1} + \frac{-6 + 2}{-(4 + 1)} =$

۵- هشت برابر معکوس قرینه‌ی عدد $\left(-4\frac{4}{5}\right)$ را حساب کنید.



دانش‌آموزان عزیز، برای حل تمرین‌های بیشتر می‌توانید به کتاب «تفکر، تمرین، تسلط» مراجعه نمایید.

